



TITLE:

4輪操舵システムのロバスト制御に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

河辺, 徹

CITATION:

河辺, 徹. 4輪操舵システムのロバスト制御に関する研究. 京都大学, 1997, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1997-01-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3120410>

RIGHT:

2

4 輪操舵システムのロバスト制御に関する研究

1996 年 9 月

河 辺 徹

概 要

本論文は、旋回運動時の自動車の操舵系を対象とした、4 輪操舵 (4 Wheeled Steering; 4WS) システムの特性解析、および路面状態の変化や経年変化によるタイヤ特性の不確かさに対してロバスト性を有する 4WS システムの設計に関する研究をまとめたものである。

まず、第 2 章では、伝達関数表現を用いて旋回運動時の自動車の操舵系の動特性を明らかにし、前後輪協調制御方式による 4WS システムを実現するための後輪操舵関数を導出している。これにより、重心点横すべり角を零にし、車体の姿勢変化を減らすことで安定性を向上させることができることを示している。

次に、第 3 章では、4WS や CCV(Control Configured Vehicle) の概念に基づいて、従来の機械システムの設計および制御における問題点を明らかにし、“制御を前提とした設計手法”を提案する。この手法は、機械設計に対して制御側からみた評価を行なうことに重点を置き、その評価結果と力学的制約条件等に基づいて機械要素パラメータの値を決定し、制御装置、システムの構造などの比較決定を行なうものである。このために必要な機械システムに対する評価規範として、入力偏差による評価方法を考案する。さらに、この手法の応用例として後輪舵角比例制御方式を用いた 4WS システムの設計法を提案する。

第 4 章では、コーナリングパワーの不確かさに対してロバスト性を有する 4WS システムの設計について考察する。旋回運動時にタイヤに発生する旋回のための横向きの力をコーナリングフォースといい、これはタイヤの横すべり角により生じる。この横すべり角の増加に対してコーナリングフォースの増加の割合をコーナリングパワーと呼ぶ。これは路面状況によっても、タイヤの接地荷重や内圧、経年変化によっても大きく変動するとともに非線形性をもつ。そこで、ドライバーからの入力を基準外部入力と考え、 H^∞ ノルム制約により、この基準外部入力の抑制を行なうと同時に、コーナリングパワーの変動に対して、2 次安定化を実現する外乱抑制 2 次安定化状態フィードバック制御則を導出する。

第5章では、Minimax 最適化を用いたロバスト制御系の設計法を提案する。この方法により設計されたコントローラは、指定された変動範囲内での閉ループ系のロバスト安定性とロバスト性能を保証する。また、Minimax 最適化のアルゴリズムとして、遺伝的アルゴリズム (GA) を利用した効率の良い解法を提案する。なお、ここではこの設計法の導出を主眼としたため、特に制御対象を 4WS システムに限定せず、パラメトリックな変動を持った一般的なプラントを対象としている。

第6章では、第5章で提案した Minimax 最適化によるロバスト設計法を 4WS システムの設計に適用する。本章で考察する 4WS システムは、検出が容易なヨー角速度のみを利用して後輪舵角を制御する出力フィードバック制御方式である。コーナリングパワーは、与えられた上下限值内のパラメトリックな変動をもつとし、重心点横すべり角を最小化することを目的として、コーナリングパワーの変動に対してロバストな 4WS システムを設計する。

目次

概要	i
第1章 諸言	1
第2章 車両操舵システムの動特性解析	5
2.1 はじめに	5
2.2 旋回運動車両の特性解析	6
2.3 4WS システム	11
2.3.1 4WS 車の目的	11
2.3.2 後輪操舵関数	12
2.3.3 ヨーイング角速度に対する影響	14
2.4 おわりに	16
第3章 制御を前提とした設計手法とその 4WS システムへの応用	19
3.1 はじめに	19
3.2 機械システムに対する従来の設計法の問題点とその改良	20
3.3 制御性からみた機械設計に対する評価	22
3.3.1 準備	22
3.3.2 入力偏差による評価	24
3.4 制御を前提とする設計法の手順	26
3.5 車両操舵システムの設計への応用	28
3.5.1 入力パターンの分類と入力関数の定義	28
3.5.2 理想出力の定義と最適入力の導出	32
3.5.3 前輪操舵車の入力偏差による評価	34
3.5.4 後輪舵角比例制御方式による 4WS 車の解析と評価	36

3.5.5 数値例	39
3.6 おわりに	41
第4章 コーナリングパワー変動に対する4WSシステムのロバスト制御	43
4.1 はじめに	43
4.2 車両の運動モデル	44
4.3 2次安定化制御則の導出	49
4.4 シミュレーション	57
4.5 おわりに	59
第5章 Minimax最適化を用いたロバスト制御系の設計	65
5.1 はじめに	65
5.2 問題設定	66
5.3 Minimax問題の解法	68
5.3.1 アルゴリズム	69
5.3.2 GAの構成	70
5.4 適用例	71
5.4.1 数値例1	76
5.4.2 数値例2	78
5.5 おわりに	80
第6章 Minimax最適化を用いたロバスト4WSシステムの設計	87
6.1 はじめに	87
6.2 車両の運動モデル	88
6.3 4WSシステムの設計	89
6.3.1 4WSシステムの構成	89
6.3.2 Minimax最適化	91

6.3.3 評価関数の計算法	93
6.3.4 安定限界	94
6.4 設計結果	96
6.4.1 数値例1	96
6.4.2 数値例2	98
6.5 おわりに	100
第7章 結言	103
謝辞	106
参考文献	107

目次

2.1	Model of turning car	6
2.2	A simplified two wheel model of turning car	7
2.3	Block diagram of 4WS system	13
2.4	Steering angle ratio (δ_2 / δ_1)	18
3.1	Input-output relation of ideal system	23
3.2	Input-output relation of real system	23
3.3	Flowchart of control configured design method	27
3.4	Input function for pattern 1	30
3.5	Input function for pattern 2	31
3.6	Relation of turning radius and steering angle	33
4.1	Control system structure for 4WS	45
4.2	Closed loop system structure for 4WS	45
4.3	Impulse responses for parameter perturbation	61
4.4	Impulse responses for variation of V (Proposed controller)	62
4.5	Impulse responses for variation of V (LQ controller)	63
5.1	Closed-loop system	67
5.2	Control system with I-PD controller	72
5.3	Step responses of closed-loop system for $G_1(s)$ ($\rho = 0.1$)	82
5.4	Step responses of closed-loop system for $G_1(s)$ ($\rho = 0.5$)	83
5.5	Step responses of closed-loop system for $G_2(s)$ ($\rho = 0.1$)	84
5.6	Step responses of closed-loop system for $G_2(s)$ ($\rho = 0.5$)	85
6.1	Block diagram of 4WS system	90

6.2	Impulse responses (Minimax controller)	101
6.3	Impulse responses (Nominal controller)	102

表目次

2.1 Parameters of a car model	8
3.1 Values of parameters of a standard car	36
3.2 Example of values of parameters (No.1)	40
3.3 Example of values of parameters (No.2)	40
3.4 Example of values of parameters (No.3)	40
5.1 Minimax solutions for $G_1(s)$	76
5.2 Minimum and maximum values of J for $G_1(s)$	77
5.3 Gain margins and phase margins for $G_1(s)$	78
5.4 Minimax solutions for $G_2(s)$	79
5.5 Minimum and maximum values of J for $G_2(s)$	79
5.6 Gain margins and phase margins for $G_2(s)$	80
6.1 Values of parameters of a car (1)	97
6.2 Minimax solutions	97
6.3 Nominal solutions	98
6.4 Values of parameters of a car (2)	98
6.5 Minimax solutions	99
6.6 Nominal solutions	100

第1章

諸言

近年、注目を集めている機械システムに対する制御技術として ACT(Active Control Technology)[1] がある。これは、6 自由度独立な運動を可能とする CCV(Control Configured Vehicle) [2], [3] にみられるように、制御理論の進展とデジタル計算機の小型化、高性能化、高信頼性化に支えられた技術であり、力学的拘束条件のもとで行なわれていた従来の設計手法では実現できなかった制御系の設計を可能としている。

一方、自動車に対しても操縦性や安定性、乗り心地性に対する要求が年々高度化し、従来の前輪のみを操舵する方式では、これに答えることが難しくなっている。このため、操舵系に対して CCV の概念を適用し、ACT を導入したものとして 4 輪操舵 (4 Wheeled Steering; 4WS) システムがある。これは、前輪のみならず後輪も操舵することで、経路制御と姿勢制御を非干渉化し、操舵系の特性を可変にし、設計の自由度を拡大するものである。

4WS システムのアイデア自体はそれほど新しいものではなく、1900 年代初頭にすでにその原型がある。このため、その設計法としては、これまで様々なもの [1], [5], [13] ~ [15] が提案されており、実用化も進んでいる。

ところで、車両の運動制御を考える場合に問題となるのは、自動車という制御対象が走行環境の変化による影響を強く受けることと、システムが非線形性を持つことおよび経年変化によるシステムのパラメータ変動の影響が大きいことである。このため、これらの不確かさに対してロバストな安定性の高い制御系を構築することが必要である。

4WS システムの設計など車両操舵系の運動制御を考える場合に具体的に問題とな

る不確かさは、路面状況の変化とタイヤ特性の変化である。タイヤの横すべり角の増加に対し、旋回運動を生じさせる力であるコーナリングフォースの増加の割合をコーナリングパワーと呼ぶが、これは路面状況によっても、タイヤの接地荷重や内圧、経年変化によっても大きく変動するとともに非線形性をもつ。このため、このコーナリングパワーの変動に対してロバスト性を有する4WSシステムを設計することは非常に重要である。

これに対して、例えば文献[13]、[15]では4WSシステムにロバスト性を持たせた設計法を提案している。しかし、コーナリングパワーの不確かさをノルム有界型で記述したものがほとんどであり、パラメトリックにとらえて設計したものはあまりない。コーナリングパワーは上述のようにタイヤ特性に起因する物理パラメータであり、ノルム有界型で記述すると変動範囲の外側からの近似となり、設計結果が保守的になりやすい。

以上のことから、本研究では旋回運動時の自動車の操舵系を対象として、まず、4WSシステムの特性解析を行なう。次に、コーナリングパワーの不確かさをパラメトリックな変動ととらえて、これに対しロバストな4WSシステムを設計する手法を確立することを目的とする。

本論文の構成は以下の通りである。

まず、第2章では、伝達関数表現を用いて従来の前輪操舵車の操舵系の特性を解析し、旋回運動時には車体の姿勢変化が大きく、また不安定零点に起因する動作遅れが生じることを明らかにする。そして、この問題点を解消する前後輪協調制御方式による4WSシステムを提案する。このシステム実現のために、後輪に前輪と同時に転舵角を与え重心点横すべり角を零にする後輪操舵関数を導出する。

次に、第3章では、4WSやCCVの概念に基づいて、従来の機械システムの設計および制御における問題点を明らかにし、“制御を前提とした設計手法”を提案する。この手法は、機械設計に対して制御側からみた評価を行なうことに重点を置き、その評価結果と力学的制約条件等に基づいて機械要素のパラメータの値を決定し、制御装置、

システムの構造などの比較決定を行なうものである。このために必要な、機械システムに対する評価規範として入力偏差による評価方法を考案する。

さらに、この手法を用いて4WSシステムの評価と設計を行ない、その機械要素パラメータの数値を導出する。

第4章では、コーナリングパワーの不確かさに対して状態フィードバック則によるロバスト4WSシステムの設計を行なう。

自動車の操舵システムの場合、ドライバーによる操作が必要不可欠であるが、特に危険回避の場合など、ドライバーの操舵入力が必要不可欠なものではないこと、および危機的状態に陥った場合ドライバーが一種のパニック状態となりどのような操作入力を与えるかを予測することは難しいことが問題となる。そこで、この点を考慮した新しい操舵系のモデルを導出し、このモデルにおいてコーナリングパワーの変動に対して2次安定化[18]～[24]するとともにドライバーの不適切な操作を抑制するロバスト4WSシステムを実現することを考える。

これは、結局外乱抑制2次安定化制御を行なうことになるが、提案するモデルの場合、例えば、Xieら[18]～[21]やGu[25]の方法では、安定化条件が保守的になりすぎて、対応するリカッチ方程式の解が存在せず2次安定化ができない。そこで本章では、有界実補題に基づきこの問題点を解消する外乱抑制2次安定化の状態フィードバックによる方法を提案する。この方法は、XieらやGuの方法における安定化条件の保守性を緩和し、適用範囲を拡大するものである。

第5章では、パラメトリックな変動をもつプラントを対象としたロバスト制御系の設計法を提案する。この手法は、ロバスト制御系設計問題をMinimax最適化問題に帰着させるものであり、文献[30]、[31]によりその基本的アイデアが発表されているものであるが、解法アルゴリズムが明記されておらず、このため独自に開発したものである。

具体的には、指定されたモデルのパラメータのノミナル値とその変動範囲に対して最悪の制御成績を与えるモデルパラメータの値の組合せを見出し、この組合せに対し

て評価関数を最小化するコントローラを導出するものである。

帰着される Minimax 最適化問題は非線形関数を目的関数とした非凸問題となり、鞍点解が存在しないため、最適化アルゴリズムには遺伝的アルゴリズム (GA) を用いる。なお、この方法で設計されたコントローラは、指定された変動範囲内での閉ループ系のロバスト安定性とロバスト性能を保証する。

そして、この手法を一般的な低次プラントを制御対象とし、I-PD コントローラを用いたサーボ系の設計問題へ適用し、その有効性を数値例により述べる。

第6章では、第5章で提案した Minimax 最適化によるロバスト設計法を4WSシステムの設計に適用する。本章での4WSシステムは、検出が容易なヨー角速度のみを利用して後輪舵角を出力フィードバックにより制御する方式である。コーナリングパワーは、与えられた上下限をもつパラメトリックな変動をもつとし、第2章～第4章までと同様に重心点横すべり角を最小化することを目的として、コーナリングパワーの変動に対してロバストな4WSシステムを設計する。

第7章では、本論文全体を通して得られた結論と、本研究の今後の方向性について述べる。

第2章

車両操舵システムの動特性解析

2.1 はじめに

近年、自動車に対して、性能の向上や乗心地の改善に関する要求が厳しくなっている。これに対して従来の力学的拘束条件下での車両設計手法では、これらの要求を満たしつつ操縦性、安定性の向上 [4] を図っていくことは困難になってきている。こうした状況のもとで、最近注目されているのが、ACT [1] である。ACT はすでに航空機に応用され、今まで考えられなかった飛行様式を可能にする CCV [2], [3] として開発され、さらに性能の向上のための改良が進められている。

航空機における CCV の具体的な概念は次の通りである。3次元空間における剛体運動が有する自由度は、本来6つであるが、そのおのおのが互いに結合し干渉しあっているため従来の4つの操縦自由度 (補助翼、昇降舵、方向舵、エンジン出力) では、そのおのおのを独立に制御することはできない。そこで、新たな自由度 (カナード翼等 [2]) を追加することで姿勢と径路の分離制御を可能とし、6自由度独立に制御することで運動性能をも著しく向上させた [3]。

この CCV の概念を、自動車に応用したのが4WSシステムである。新しい自由度として後輪を操舵輪に加えることで、運転自由度を増やし操縦性、安定性を向上させることができると考えられる [5]。すでに、4WS は一部の市販車にも搭載され実用化されている。

そこで、本章ではまず、従来の前輪操舵車の操舵角入力に対する横すべり角出力、およびヨーイング角速度出力が、旋回運動時にどのような動特性をもっているのかを明

らかにする。さらにこの解析に基づいて、操縦性および、安定性を向上させるために、後輪にどのような操舵角関数を与えればよいのかを、前後輪の協調制御による4WS車を前提として明らかにする。

2.2 旋回運動車両の特性解析

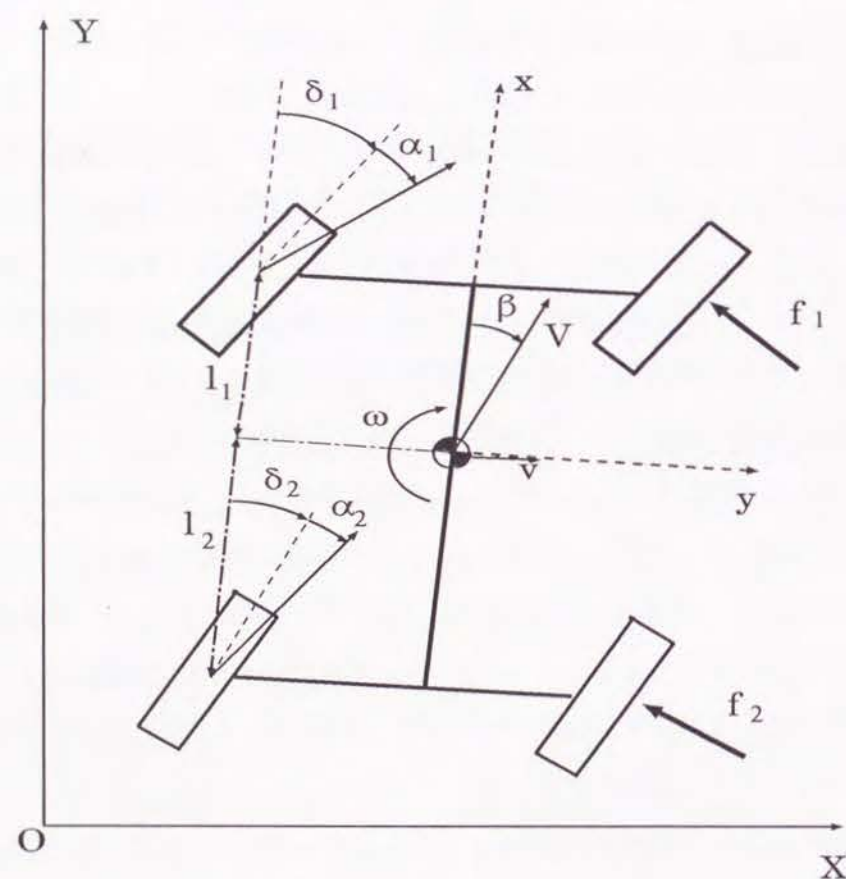


Fig. 2.1 Model of turning car

旋回運動時の車両モデルは、Fig. 2.1のようになるが、一般的な旋回運動ではトレッド(左右輪の幅)に比べて旋回半径が非常に大きいと考えて差し支えない。このため

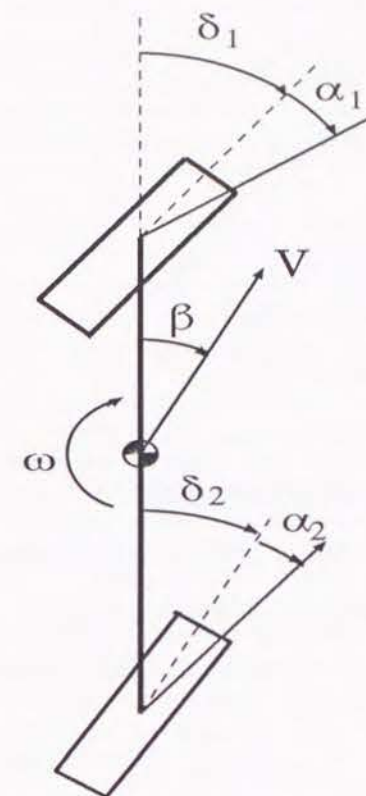


Fig. 2.2 A simplified two wheel model of turning car

Fig. 2.2に示すように左右2輪を車体センターにまとめた近似的2輪車モデルとして考えることにする。また、各記号の意味はTable 2.1に示す。

Fig. 2.2をもとに、車両の運動方程式を以下の線形化した簡易数式モデルとして表す。ただし、各変数記号はラプラス変換後も便宜上同じ記号を用いることとし、式中の s はラプラス演算子を表すものとする。

$$\begin{bmatrix} Ms & MV \\ 0 & Is \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ l_1 & l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Table 2.1 Parameters of a car model

v	transverse velocity of center of gravity
V	longitudinal velocity of center of gravity
M	mass
I	yawing moment of inertia
β	slip angle of center of gravity
ω	yawing angular velocity
α_i	slip angle of front or rear wheel ($i = 1, 2$)
f_i	cornering force of front or rear wheel ($i = 1, 2$)
k_i	cornering power of front or rear wheel ($i = 1, 2$)
δ_i	steering angle of front or rear wheel ($i = 1, 2$)
l_i	length between center of gravity and front or rear wheel ($i = 1, 2$)
L	wheel base ($L = l_1 + l_2$)

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{V} & \frac{l_1}{V} \\ \frac{1}{V} & \frac{-l_2}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

これらの式を整理すると

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

となる。ただし、行列内の各要素は

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{-k_1 - k_2}{MV} & b_{11} &= \frac{k_1}{MV} \\ a_{12} &= \frac{-MV^2 - k_1 l_1 + k_2 l_2}{MV^2} & b_{12} &= \frac{k_2}{MV} \\ a_{21} &= \frac{-k_1 l_1 + k_2 l_2}{I} & b_{21} &= \frac{k_1 l_1}{I} \\ a_{22} &= \frac{-k_1 l_1^2 - k_2 l_2^2}{IV} & b_{22} &= \frac{-k_2 l_2}{I} \end{aligned}$$

である。

さて、前輪操舵車の場合は、上記の運動方程式において、後輪舵角 δ_2 を0とおけばよい。また、入力を前輪舵角(δ_1)、出力を重心点横すべり角(β)、およびヨーイング角速度(ω)と考え、 δ_1 から β および ω から β までの伝達関数をそれぞれ $G_{\beta 2}(s)$ および $G_{\omega 2}(s)$ とおけば

$$G_{\beta 2}(s) = \frac{b_{11}s - (b_{11}a_{22} - b_{21}a_{12})}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \quad (2.5)$$

$$G_{\omega 2}(s) = \frac{b_{21}s - (b_{21}a_{11} - b_{11}a_{21})}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \quad (2.6)$$

となる。この2つの伝達関数について、両式の分母は同じであるから同じ極を持つ。安定判別を行なうと、分母の2次および1次の項の係数は正であるが、0次の項の係数($a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$)の符号は変化する。0次の項が正になるためには

$$V < \sqrt{\frac{k_1 k_2 L^2}{m(k_1 l_1 - k_2 l_2)}} \quad (2.7)$$

または

$$k_1 l_1 - k_2 l_2 \leq 0 \quad (2.8)$$

とならなければならないが、これは次式で表されるスタティックマージン(以下、 $S.M.$)と密接な関係がある。

$$[S.M.] = \frac{k_2 l_2 - k_1 l_1}{(k_1 + k_2)(l_1 + l_2)} \quad (2.9)$$

$S.M.$ はステア特性の指標であり[6]、ステア特性は、一定舵角で定常円旋回運動を行っている車両において、車速を変えた場合の旋回半径の変化により決る。つまり、車速を上げた場合に旋回半径が大きくなるものをアンダーステア (under steer)、逆に小さくなるものをオーバーステア (over steer)、変化がないものをニュートラルステア (neutral steer) と呼ぶ。文献[6]によれば、 $S.M. > 0$ であればアンダーステア、 $S.M. < 0$ であればオーバーステア、 $S.M. = 0$ のときがニュートラルステアである。

これより、式(2.7)のように限界速度を持つ場合がオーバーステア、式(2.8)の等号成立の場合がニュートラルステア、それ以外の場合が、アンダーステアとなることがわかる。オーバーステアの場合、速度(V)が大きくなると、極が複素平面を実軸上右半面に移動していくため不安定になる。そこで、本章では以下、アンダーステアおよびニュートラルステアの場合、つまり式(2.8)が成立するものとして考えていくものとする。

次に、零点に着目する。 $G_{\beta 2}(s)$ の零点を z_1 、 $G_{\omega 2}(s)$ の零点を z_2 とおくと

$$z_1 = \frac{M l_1 V^2 - k_2 l_2 L}{I V} \quad (2.10)$$

$$z_2 = \frac{k_2 L}{M V l_1} \quad (2.11)$$

となる。 z_2 は明かに正であり、 z_1 も速度(V)を大きくしていくと正になる可能性がある。これを避けるためには

$$V < \sqrt{\frac{k_2 l_2 L}{M l_1}} \quad (2.12)$$

が成立していればよい。左辺の V をなるべく大きくとるためには、 l_2 や k_2 を大きくしたり M を小さくすることなどが考えられるが、一般的な車両の諸元からこれらの値をそれほど大きく変化させることはできない。この結果、 V が大きくなると $G_{\beta 2}(s)$ は、

複素平面上右半面に零点をもつことになり、ステップ入力に対して逆応答現象が生じる。つまり、 $G_{\beta 2}(s)$ は零非正則要素による動作遅れを生じる非最小位相推移系になっている。実際、 $G_{\beta 2}(s)$ を次のように置き換えると

$$\begin{aligned} G_{\beta 2}(s) &= \frac{K(1 - T_3 s)}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} = \frac{K(1 + T_3 s)}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} \cdot \frac{(1 - T_3 s)}{(1 + T_3 s)} \\ &= G_1(s) \cdot G_2(s) \end{aligned} \quad (2.13)$$

となり最小位相推移系 $G_1(s)$ と位相遅れ系 $G_2(s)$ の直列和になっていることがわかる。そこで、 $G_2(s)$ の周波数伝達関数を考えるために $s = jw$ (ただし w は周波数、 j は虚数単位)とおくと

$$G_2(jw) = \frac{1 - jwT_3}{1 + jwT_3} = e^{-j\theta}, \quad \theta = \tan^{-1}(wT_3) \quad (2.14)$$

となるので、 $G_2(jw)$ は、ゲインが1の全域通過系である。この結果

$$|G_{\beta 2}| = |G_1| \quad |G_2| = |G_1| \quad (2.15)$$

$$\angle G_{\beta 2} = \angle G_1 + \angle G_2 \quad (2.16)$$

となるため、 $G_{\beta 2}(s)$ のゲインは最小位相推移系と等しいが、位相が高周波で非常に遅れることがわかる。このことから、高速でのスラローム走行時や急激な車線変更時には、安定性がすこぶる害されることがわかる。また、それとともに、車体の姿勢変化が非常に大きくなり、乗り心地も悪くなると考えられる。

2.3 4WS システム

2.3.1 4WS 車の目的

前章の結果から、後輪操舵という新たな入力自由度を付加する主な目的は、高速でのスラローム走行や車線変更時での安定性の改善と姿勢変化量の減少化ということになる。そこで、CCVの基本概念をもとに4WS車に対して、次のように考えることに

する。すなわち、後輪に転舵角を与えることにより、後輪にも最初からコーナリングフォースを発生させ、これによって重心点横すべり角(β)を零にして、重心の速度方向と車体の x 軸方向を一致させる。この結果、重心点横すべり角がなくなり、車体の姿勢変化量を減らすことができる。また、後輪に前輪と同時に転舵角を与え始めることで、前後輪とも同時にコーナリングフォースを発生させることができ、位相の遅れに対する改善にもなると考えられる。

2.3.2 後輪操舵関数

後輪操舵という入力を増やすといっても、実際には、運転者に対して新たな操作を要求することは避けて、運転者は従来通りのハンドル操作を行なうが、操舵機構側が前輪に加えて後輪も操舵するという方式を選ぶ。そこで、前輪と後輪を結びつけるための後輪操舵関数を $G_c(s)$ とすると、次の関係がある。

$$\delta_2(s) = G_c(s)\delta_1(s) \quad (2.17)$$

4WS車の場合の伝達関数行列を $G_{\beta 4}(s)$ とおくと、式(2.4)より

$$\begin{aligned} G_{\beta 4}(s) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & s - a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} (s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} \\ (s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる。これを、次に示す舵角と重心点横すべり角との関係式に代入すると

$$\begin{aligned} \beta(s) &= G_{\beta 4}(s) \begin{bmatrix} \delta_1(s) \\ \delta_2(s) \end{bmatrix} = G_{\beta 4}(s) \begin{bmatrix} \delta_1(s) \\ G_c(s)\delta_1(s) \end{bmatrix} \\ &= \frac{[(s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21}] + [(s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22}]G_c(s)}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \delta_1(s) \end{aligned} \quad (2.19)$$

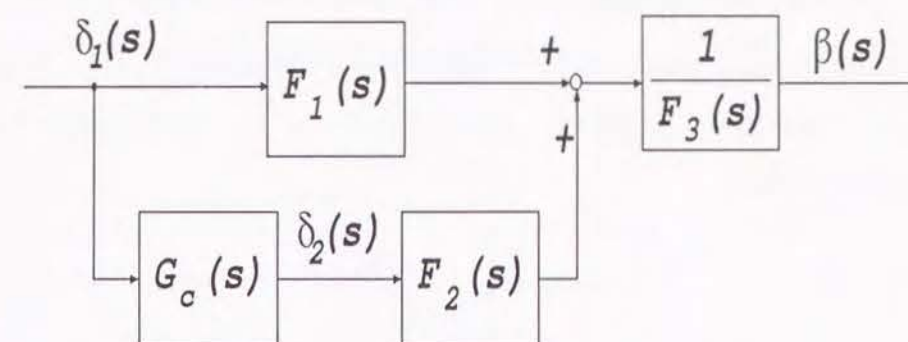


Fig. 2.3 Block diagram of 4WS system

となる。このときの入出力関係を Fig. 2.3に示す。

ただし、 $F_1(s)$, $F_2(s)$, $F_3(s)$ はそれぞれ

$$F_1(s) = (s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21}$$

$$F_2(s) = (s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22}$$

$$F_3(s) = (s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}$$

である。

ここで、重心点横すべり角を零にするという目的から、式(2.19)の分子より後輪操舵関数 $G_c(s)$ は次のように決めることができる。

$$G_c(s) = -\frac{(s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21}}{(s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22}} = \frac{k_1(mV^2l_1 - VIs - k_2l_2L)}{k_2(mV^2l_2 + VIs + k_1l_1L)} \quad (2.20)$$

このような後輪操舵関数を考えることで、重心点横すべり角を零にするとともに、前輪操舵車において、式(2.10)の動作遅れを生じさせる原因となる零点を無くすことができ都合がよい。

2.3.3 ヨーイング角速度に対する影響

前節で得られた後輪操舵関数を用いて、出力をヨーイング角速度(ω)にとった場合にどのような影響が現われるか調べる。伝達関数行列を $G_{\omega 4}(s)$ とおくと舵角とヨーイング角速度の関係式は

$$\omega(s) = G_{\omega 4}(s) \begin{bmatrix} \delta_1(s) \\ \delta_2(s) \end{bmatrix} = G_{\omega 4}(s) \begin{bmatrix} \delta_1(s) \\ G_c(s)\delta_1(s) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

で与えられる。ただし $G_{\omega 4}(s)$ は、式(2.4)から

$$G_{\omega 4}(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & s - a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} (s - a_{11})b_{21} + a_{21}b_{11} \\ (s - a_{11})b_{22} + a_{21}b_{21} \end{bmatrix}^T \quad (2.22)$$

となる。これにさらに式(2.20)で得られた $G_c(s)$ を代入し整理すると

$$\omega(s) = \frac{-B[s^2 - (a_{11} + a_{22})s + A]}{[b_{12}s + (a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22})][s^2 - (a_{11} + a_{22})s + A]} \delta_1(s) \quad (2.23)$$

となる。ただし、 A, B はそれぞれ

$$A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$B = b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12}$$

である。式(2.23)をこのまま計算すると、極零点消去が生じて

$$\omega(s) = \frac{-(b_{22}b_{11} - b_{21}b_{12})}{b_{12}s + (a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22})} \delta_1(s) \quad (2.24)$$

となる。式(2.24)の消去されずに残った極を s_0 とおいて調べてみると

$$s_0 = -\frac{a_{12}b_{22} - b_{12}a_{22}}{b_{12}} = -\frac{mV^2l_2 + k_1l_1L}{IV} < 0 \quad (2.25)$$

となるので、極零点消去後は見かけ上安定となることがわかる。

そこで、消去される極と零点について調べてみる。この消去される極(零点)を s_1, s_2 とおくと

$$s^2 - (a_{11} + a_{22})s + A = 0 \quad (2.26)$$

の解であるから、 s_1, s_2 はそれぞれ

$$s_{1,2} = \frac{1}{2}(a_{11} + a_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \quad (2.27)$$

となる。ここで、右辺第1項については

$$a_{11} + a_{22} = \frac{-k_1 - k_2}{MV} + \frac{-k_1l_1^2 - k_2l_2^2}{IV} < 0 \quad (2.28)$$

となっているから、第2項の符号が+のときに、この極の値が正となって、複素平面上右半面に存在し、 δ_1 から ω までの伝達関数が不安定となる。そこで、この極の値が常に負となるための条件を求めると

$$V < \frac{k_1l_1^2 + k_2l_2^2}{k_2l_2 - k_1l_1} \quad (2.29)$$

となる。式(2.29)の分母が負の値をもつとき、つまり

$$k_2l_2 - k_1l_1 < 0 \quad (2.30)$$

のときは、 V の値が負になるため式(2.28)は成立しない。また式(2.30)が成立する場合は、オーバーステアとなり2.3節で与えた条件に反する。

次に、式(2.29)の分母が正または零の値をもつとき、つまり

$$k_2l_2 - k_1l_1 \geq 0 \quad (2.31)$$

のときは、それぞれアンダーステア、ニュートラルステアになる。アンダーステアの場合は、式(2.29)が成立する速度(V)であれば極零点消去される極(零点)は複素平面上左半面に存在する安定な極(零点)であり、極零点消去が生じて安定性に問題は

ない。ニュートラルステアの場合は、式(2.29)の分母が零になるため式(2.29)の右辺は、 $+\infty$ となりどのような速度(V)でも、極零点消去で消去される極(零点)は複素平面上左半面に存在することになり、アンダーステアの場合と同様に安定性に問題はない。このことからアンダーステアおよびニュートラルステアであれば、式(2.19)で与えられた後輪操舵関数を組み込むことで、式(2.11)で与えられる前輪操舵車の場合のヨーイング角速度出力に対する不安定な零点が存在しなくなることがわかる。また、アンダーステアの場合には、ニュートラルステアに近い仕様になっているほど、式(2.29)で与えられる限界速度の値を大きくすることができることがわかる。つまり

$$k_2 l_2 - k_1 l_1 \cong 0 \quad (2.32)$$

となっているとき、限界速度を大きく取れ、安定性も増す。

最後に、式(2.19)で与えられる後輪操舵関数($G_c(s)$)に、一定舵角(δ_1)を入力したときの定常状態について、速度(V)と前後輪舵角比(δ_2/δ_1)との関係をFig. 2.4に図示する。ただし、この場合の車両の諸元はFig. 2.4中に示したとおりで実車に近い弱いアンダーステアになっている。

2.4 おわりに

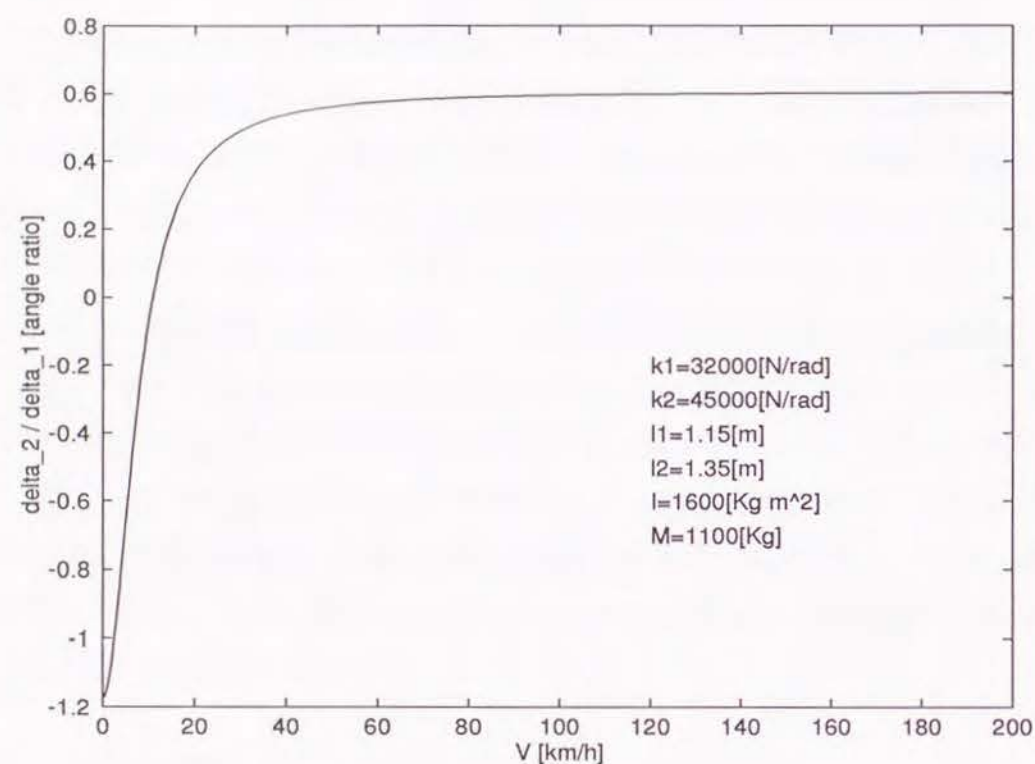
本章では、自動車の操舵システムについてその特性を調べるとともに、前後輪協調制御方式による4WSシステムのための後輪操舵関数を導出した。この結果、次のような結論を得た。まず、前輪操舵車では、操舵システムの前輪舵角入力に対する重心点横すべり角出力および、ヨーイング角速度出力に対する安定性はステアリング特性と密接な関係があり、特にオーバーステアの場合には、前輪舵角から重心点横すべり角までの伝達関数が安定であるためには限界速度が存在することがわかった。

また、前輪操舵車ではステア特性に関係なく、前輪舵角から重心点横すべり角までの伝達関数の零点が、複素平面上右半面に存在するため、非最小位相推移系になり、ステップ入力に対して逆応答現象を生じる。このため位相が高周波で非常に遅れ、高

速でのスラローム走行時や急激な車線変更時には、安定性がすこぶる害されることがわかった。また、それとともに、車体の姿勢変化が非常に大きくなり、乗り心地も悪くなることがわかった。

そこで、車体の姿勢変化を減らすために重心点横すべり角を零にするという観点から、後輪操舵関数を導出した。この後輪操舵関数は、前後輪の協調制御を基にした4WS機構を実現するためのものであり、後輪に前輪と同時に転舵角を与えることで、重心点横すべり角を零にするとともに、前輪操舵車に生じる動作遅れをも解消しようというものである。

この後輪操舵関数を組み込んだときのヨーイング角速度に対する影響を調べてみた結果、ニュートラルステアであれば、安定性に対する限界速度が無限大となり、実質的に限界速度を持たないことがわかった。またアンダーステアの場合は限界速度をもつが、いずれの場合にも前輪操舵車のときには存在していた不安定零点を後輪操舵関数を用いてうまく消去することができ、4WS車にすることで、前輪操舵車と比べ、安定性や乗り心地性を向上させることができることを示した。

Fig. 2.4 Steering angle ratio (δ_2 / δ_1)

第3章

制御を前提とした設計手法とその4WSシステムへの応用

3.1 はじめに

機械システムの製作においては、まず、おおまかな骨組みをつくりだすための機械設計がなされ、続いて制御設計が行なわれる。その際、制御設計者に与えられるものは、機械設計によってつくり出された制御対象の状態方程式と、速応性、減衰特性、定常特性などについての制御仕様である。制御設計者は与えられた状態方程式を解析し、制御仕様の制約を満たすように補償器やアクチュエータを設計し、制御対象に付加し、シミュレーションを繰り返す。その結果、最も仕様に近いものが採用されるという手順で、設計が行なわれている [7]。

これに対し、2.1 節でも述べた通り、航空機の設計において機体設計時に制御的要素をも考慮した形で設計を行なう CCV [2], [3] や、この概念を自動車に応用した 4WS システムがある。

CCV や 4WS の考え方を突き詰めると、仮に力学的に不安定であっても制御によってそれを安定化でき、しかもシステムの性能向上が望めるのであれば、それを採用しようということになる。これは、従来のように機械設計が終了してから、制御設計を行なうといった手順では実現しにくいと思われる。つまり、機械設計と制御設計とを同時に行なうような手法、あるいは、少なくとも機械設計の段階で、制御設計を前提として設計を行なう手法が必要である [8] ~ [12]。

そこで本章ではまず、従来の設計手順に対する問題点について考察する。そして、

これらの問題点をもとに、システムの性能向上をはかるための“制御を前提とした設計手法”を提案する。本手法では、機械設計に対して制御側からみた評価を行なうことに重点を置く。そして、この評価結果と力学的制約条件等に基づいて機械要素のパラメータの値を決定し、制御装置、システムの構造などの比較決定を行なう。このために必要な、機械システムに対する評価規範として入力偏差による評価方法を考案する。さらに、この手法を自動車の操舵システムに応用し、後輪舵角比例制御方式を用いた場合の4WS車に対して、システムの評価を行なうとともに、その機械要素のパラメータの値を導出する。

3.2 機械システムに対する従来の設計法の問題点とその改良

従来の設計手順では、始めに機械設計によっておおまかな骨組みが決ってしまうので、制御設計によって、そこからはみだすような機械システムが作り出されることはない。このことが逆に、制御設計に対する制約ともなる。つまり、次のような問題点が考えられる。

- アクチュエータ等の制御用装置の配置等をあまり考慮せずに、機械設計がおこなわれる可能性がある。このため、これらの装置を組み込むことで、特性が変化してしまい、結局、シミュレーションに頼らざるを得ない。
- 機械設計により決定される機械要素パラメータに対し、制御側からみてその値を変えたり、制御しにくい要素に対しては取り除くことができれば、さらに良いシステムが作れる可能性がある。したがって、制御側からみた機械設計の評価規範が必要である。

これらの問題点は、機械設計の段階で制御設計を付加することをあまり配慮していないために生じることでありと考えられる。つまり、機械設計時に“制御しやすさ”に対する配慮が欠けているところに原因があるのではないか。また、制御設計の段階

でも制御設計だけでシステムの性能目標を達成しようとししないで、制御設計側から機械設計側へ、機械要素やシステムの構造に対して変更や修正の要求があってもよいのではないか。

そこで、設計 (design) というものをもう一度原点にかえて考えてみると、設計とは、最初に理想あるいは目標とするものがありこれを出発点としてその他の様々な条件を満たすように工夫する技法であると考えられる。つまり、機械システムの設計においても、理想あるいは目標とするものを自由に発想し、これを出発点として、力学的な条件や制御仕様を満たすように工夫することが望ましい設計手法であると思われる。

例えば、次のような線形制御系を例にとって考えてみる。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

$$y = Cx \quad (3.2)$$

この式において、従来の設計手順では、 A の部分は、制御対象の挙動を支配する部分であり、機械設計によって決定される部分である。また、 u は操作量であり、制御設計で決定される。そして、 B は機械設計時にある程度決まるが、最終的に決定されるのは、制御則および操作量である u が決定されてからになるので、制御設計の段階とすることになる。

ここで、理想的な設計方法とは、まず、どのような機械システムを設計するかというのを自由に発想することから始める。そして、そのための理想的な入力 (u) と出力 (y) を明確にし、その関係を定義する。さらに、状態 (x) との関係を考慮したうえで、式 (3.1) における A 、 B の形と要素を同時に決定しようということになる。

ところが、実際のシステムにおいては、理想の入出力関係を実現するような A 、 B の表現は無数にある。さらに、 A 、 B の要素に含まれるパラメータの数も非常に多く、これらのパラメータの選び方の組合せの数もまた莫大な数になる。このために、これらの形と要素を同時に決定していくことは不可能に近い。

そこで、従来の手法に制御設計側からみた機械設計の評価を加えることを考える。

つまり、制御側からの要求により機械設計の変更を行なうわけである。これは、 A の形に対しては一時的な決定事項として制御設計を行なうが、制御設計を行なう際に A の形を評価しそれに基づいて A の要素を決めていくということになる。このためには、以下に述べるような点が重要である。

- 理想あるいは目標とする入出力関係を明らかにする。
- 機械設計の段階では、各機械要素パラメータの値を確定しない。
- 機械設計で決まっている構造に対して制御設計を付加しながら“制御しやすさ”の評価を行なう。
- 評価の結果がよくない場合には制御側からの要求をもとに機械設計の変更を行なっていく。

3.3 制御性からみた機械設計に対する評価

3.3.1 準備

制御側からみた機械設計の評価方法について考える。あらかじめ次の前提条件が成り立つと仮定する。

- (1) 目標あるいは理想とする出力を定義できる。
- (2) システムが受ける現実の入力を、いくつかの代表的パターンに類別できる。
- (3) 類別した各パターンごとに入力関数を定義できる。

この前提条件のもとで、まず、理想状態というものを考える。ここで考える理想状態とは、システムが受ける現実のどのような入力(u_i)に対しても、目標あるいは理想とする出力が得られる状態である。これを、Fig. 3.1に示す。この理想状態の入出力関係を表す関数を g とおけば、次のようになる。

$$y_m = g(u_i) \quad (3.3)$$

ただし、評価、設計を行なう際には、理想出力(y_m)および、現実入力(u_i)が定義できればよいので、関数そのものを求める必要はない。

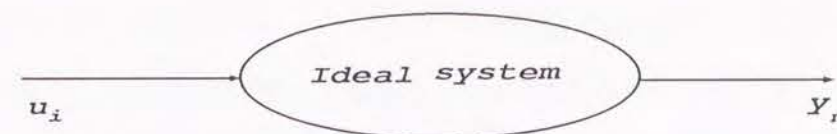


Fig. 3.1 Input-output relation of ideal system

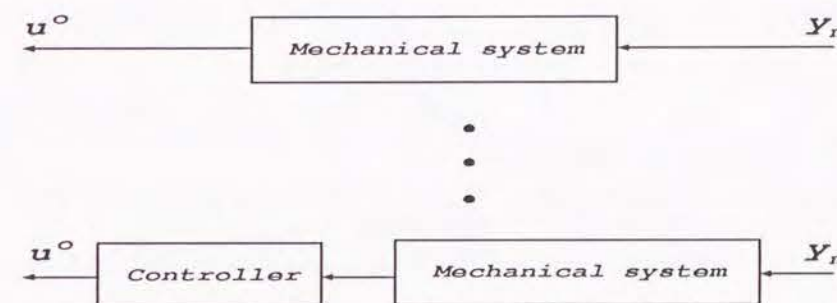


Fig. 3.2 Input-output relation of real system

次に、Fig. 3.2に示すように、実システムに対して、理想出力(y_m)を得るために必要な最適入力(u_o)を求める。この際、制御設計を変更、更新する度に、実システムの形が変わるので、最適入力(u_o)はその度ごとに更新し、新たに求めることになる。最適入力(u_o)は、実システムを逆システムにして、理想出力(y_m)を入力することで得られる。なお実システムの入出力関係は次式で表されるものとする。

$$u_o = f(y_m) \quad (3.4)$$

Fig. 3.1およびFig. 3.2に示した入力、出力および、入出力関数をまとめる。

- u_i : 現実に入力される入力関数 (一意に決まるとはかぎらない.)
 $\{ u_i \in U \quad U : \text{group of function} \}$
- y_m : 理想の出力 (一意に決まるとはかぎらない.)
 $\{ y_m \in Y \quad Y : \text{group of function} \}$
- u_o : y_m を出力するために実システムに与える入力 (最適入力)
 $\{ u_o \text{ を入力しない限り, 出力として } y_m \text{ を得られないというもの.} \}$
- g : 理想状態の入出力関係を表わす伝達関数
- f : 実システムの入出力関係を表わす伝達関数 (逆関数 f^{-1} が存在すると仮定する.)

3.3.2 入力偏差による評価

前節で述べた u_o および u_i を用いて次の評価関数 J を考える.

評価関数 J

$$J = \sum_{i=1}^n p_i \| u_o - u_i \| = \sum_{i=1}^n p_i \left[\int_{a_i}^{b_i} |u_o - u_i|^2 dt \right]^{1/2} \quad (3.5)$$

ただし, n, a_i, b_i, p_i は以下のように定義される.

- n : 分類した代表的な入力関数のパターンの数
- (a_i, b_i) : 分類した代表的な入力関数の定義域
- p_i : 各入力関数に対する重み

ここで, 各入力関数に p_i という重みをつけるのは, 特定の性能に対する要求から, 重要であると考えられる入力に対してはより厳しい条件をつけるためである. 各入力

に対する重要度が平均的である場合には, p_i は1とおけばよい.

また, $u_o - u_i$ は, 目標とする出力 y_m を出力するために必要な入力と, 現実に入力される入力との間の差であるのでこれを入力偏差と呼ぶことにする. そして, J はこの入力偏差を評価する評価関数である. この評価関数 J を用いて, 以下に述べるように機械設計に対する評価を行なうとともに, 機械要素パラメータの値を決定していく. 現実に入力される入力関数 $u_i(t)$ を最適入力 $u_o(t)$ にできるだけ近づけることで, 理想の出力 $y_m(t)$ に近いものを出力させることが可能であると考え, まず, J を最小化するような機械要素パラメータの条件および値を求める. このときの J の値を J_{min} とする. ここで ε という正数を考える. 理想的には J の値は最小化されて0となることが望ましいが, 現実にはこの ε 以下になれば設計仕様を満たすと考えることとし, 設計時にあらかじめ与えられるものとする. そこで J_{min} の値とこの ε を比較する.

(1) 機械設計終了時に $J_{min} \leq \varepsilon$ の場合

- パラメータの値および制約条件が物理的に実現可能であり, 制御性からも好ましいものであれば, 理想的なシステムができあがっているといえる. (実際には, こういうことはまずありえないと考えられる.)
- パラメータの条件および値が物理的に不可能であったり, 制御的にみて好ましくない場合には, 可能な制御装置を組み込んで, J を最小化する値や条件等を求める. どのような制御装置を組み込んでも好ましい値や条件が得られなければ, 機械設計に問題がある.

(2) 機械設計終了時に $J_{min} > \varepsilon$ の場合

- 制御対象に可能な制御装置を組み込み, J を最小化する値や条件等を再度求める. その結果, $J_{min} \leq \varepsilon$ とでき, またパラメータの条件および値が物理的に実現可能であり制御性からも好ましいものが得られれば, 機械設計としては問題

がなく、この制御装置を採用すればよい。

- どのような制御装置を組み込んでも $J_{min} \leq \varepsilon$ とできなかつたり、またパラメータの条件および値が物理的に不可能であつたり、制御的にみて好ましくない場合には、機械設計に問題がある。

以上のような方法で、機械設計がなされた制御対象を評価するとともに、機械設計の要素パラメータの値や制約条件を求めることにする。

3.4 制御を前提とする設計法の手順

前節までの内容をもとに、制御を前提とした設計手法を以下のように構築する (Fig. 3.3 参照)。

Step 1: システムの設定条件に基づいて機械設計を行なう。ただし、この際、機械要素パラメータの値は決定しないで、力学的条件等に基づいて、変更できる範囲を明らかにしておく。

Step 2: 現実の入力を代表的なパターン n 個に類別し、各パターンごとに入力関数を定義する。これを、 u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) とし、それと同時に、理想の出力を明確にしこれを y_m として定義する。

Step 3: 機械設計により得られた制御対象モデルに対して、最適入力 u_o を求める。

Step 4: 評価関数 J により入力偏差による評価を行なう。 ε の値をシステムの設定条件や性能に対する要求等から決め、 $J_{min} \leq \varepsilon$ となれば Step 5 にすすむ。 $J_{min} > \varepsilon$ の場合は Step 6 に進む。

Step 5: J を J_{min} とする機械要素パラメータの値や条件が、Step 1 で求めておいた範囲内であるか、また制御的にみて好ましいものかどうかを判断する。好

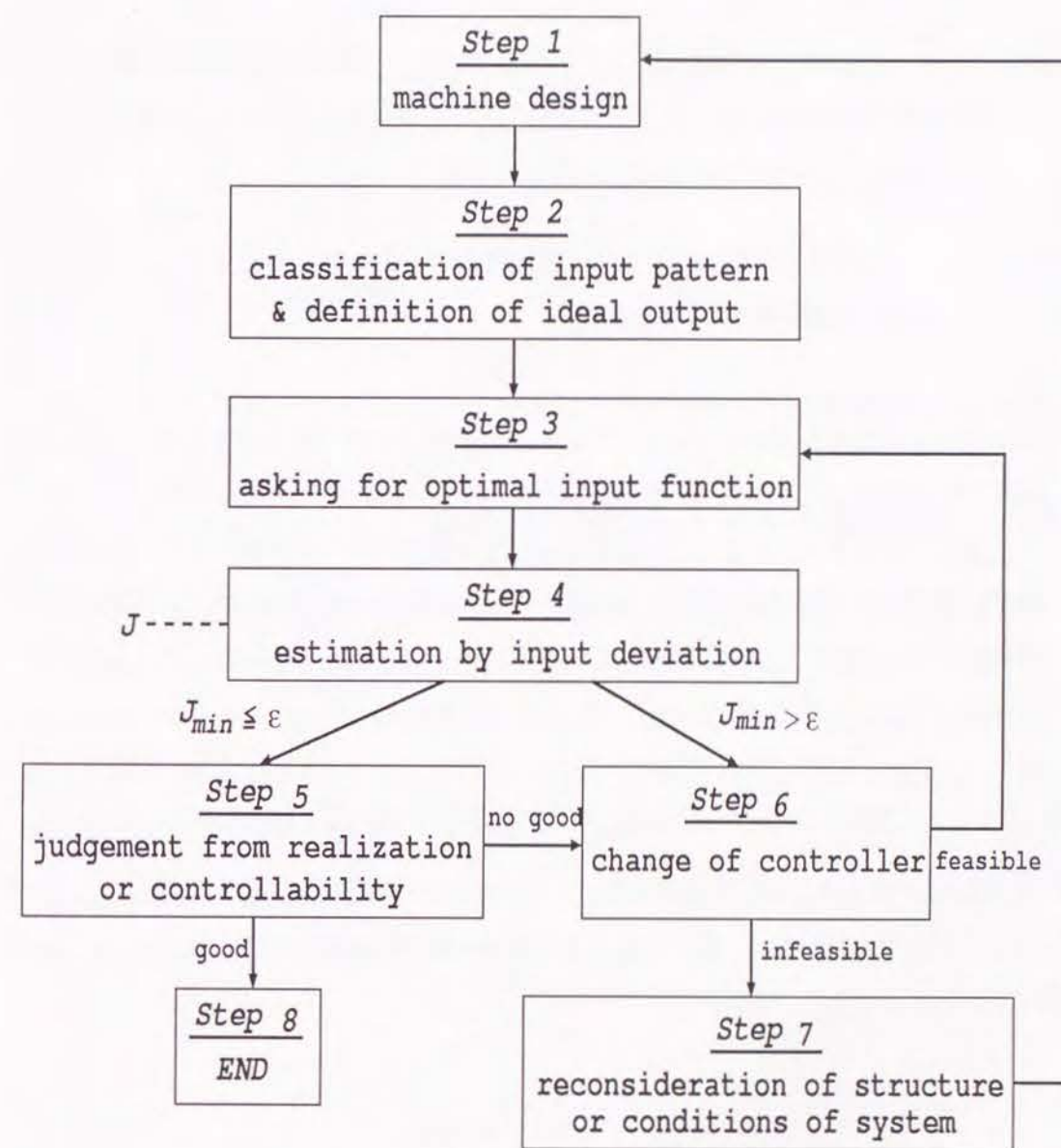


Fig. 3.3 Flowchart of control configured design method

ましいものであれば, Step 8に進み終了する. 実現不可能であったり, 好ましくないものであれば Step 6に進む.

Step 6: 可能な制御装置を組み込み, Step 3にもどる. (複数の組み込み可能な制御装置がある場合には, それぞれに対して J により評価をおこない比較する.) 組み込むことのできる装置がない場合は Step 7に進む.

Step 7: 全体的な構造や設定条件, 性能要求等を検討しなおして Step 1にもどり, 再度, 機械設計からやり直す.

Step 8: 設計を終了する.

3.5 車両操舵システムの設計への応用

前節で構築した制御を前提とした設計手法を, 自動車の操舵システムに応用する. 旋回運動時の車両は, 2.2 節, Fig. 2.1, Fig. 2.2 と Table 2.1をもとに, 式(2.4)で示した通りである.

3.5.1 入力パターンの分類と入力関数の定義

通常の自動車の場合は, 前輪のみ操舵可能であるので, 後輪舵角 δ_2 は0である. このとき, 入力を前輪舵角 δ_1 , 出力を重心点横すべり角 β とみた伝達関数 $G_{\beta 2}(s)$ は, 2.3 節の式(2.5)で与えたように

$$G_{\beta 2}(s) = \frac{b_{11}s - (b_{11}a_{22} - b_{21}a_{12})}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \quad (2.5)$$

となる. この前輪操舵車モデルを機械設計終了時の制御対象モデルと考え, 設計手順に基づいて, まず, 現実の入力パターンの分類と入力関数の定義を行なう.

車両の操舵入力は, 次の5つの代表的なパターンに分類できると考えられる.

- (1) $\delta_{1,1}$: Uターン
- (2) $\delta_{1,2}$: 右, 左折
- (3) $\delta_{1,3}$: コーナリング(カーブ)
- (4) $\delta_{1,4}$: スラローム
- (5) $\delta_{1,5}$: 車線変更

そして, これらの5つのパターンをさらに2つのパターンに大きく分類する. それは, Uターン, 右左折, コーナリングの場合のハンドルを切って戻すという操作と, 車線変更の場合のようなハンドルを左右に連続して切る操作になる. これをそれぞれ, (パターン1), (パターン2)とする. スラロームの場合は, 左右方向への連続する車線変更と考えて, (パターン2)に分類する. また, 車両の操舵入力是人間のハンドル操作によるものであるから, その時間関数はせいぜい1次関数で Fig. 3.4, Fig. 3.5に示すようなものであると考えられる. そこで, (パターン1), (パターン2)に対する入力関数を以下のように定義する.

・ (パターン1) に対する入力関数

$$\delta_{1,i} = \begin{cases} \lambda_i t & : 0 \leq t \leq t_{1,i} \\ \lambda_i t_{1,i} & : t_{1,i} \leq t \leq t_{2,i} \\ -\lambda_i(t - t_{3,i}) & : t_{2,i} \leq t \leq t_{3,i} \\ \text{ただし} & (i = 1, 2, 3) \end{cases} \quad (3.6)$$

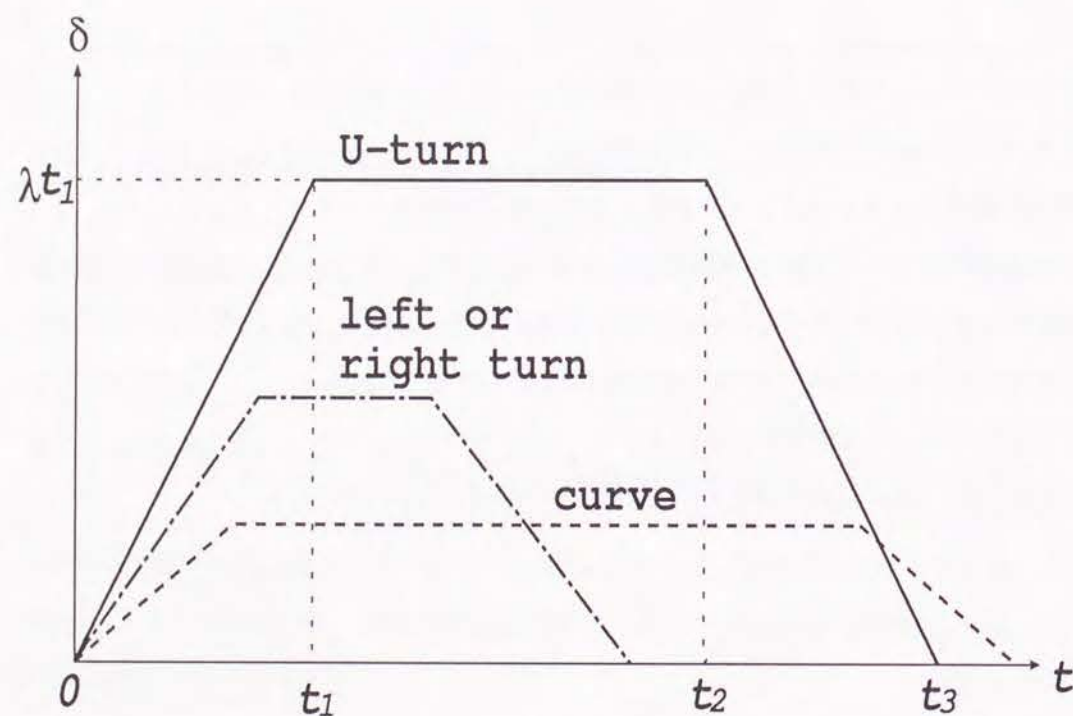


Fig. 3.4 Input function for pattern 1

・ (パターン2) に対する入力関数

$$\delta_{1,i} = \begin{cases} \lambda_i t & : 0 \leq t \leq t_{1,i} \\ \lambda_i t_{1,i} & : t_{1,i} \leq t \leq t_{2,i} \\ -\lambda_i(t - t_{3,i}) & : t_{2,i} \leq t \leq t_{4,i} \\ -\lambda_i(t_{4,i} - t_{3,i}) & : t_{4,i} \leq t \leq t_{5,i} \\ \lambda_i(t - t_{6,i}) & : t_{5,i} \leq t \leq t_{6,i} \\ \text{ただし} & (i = 4, 5) \end{cases} \quad (3.7)$$

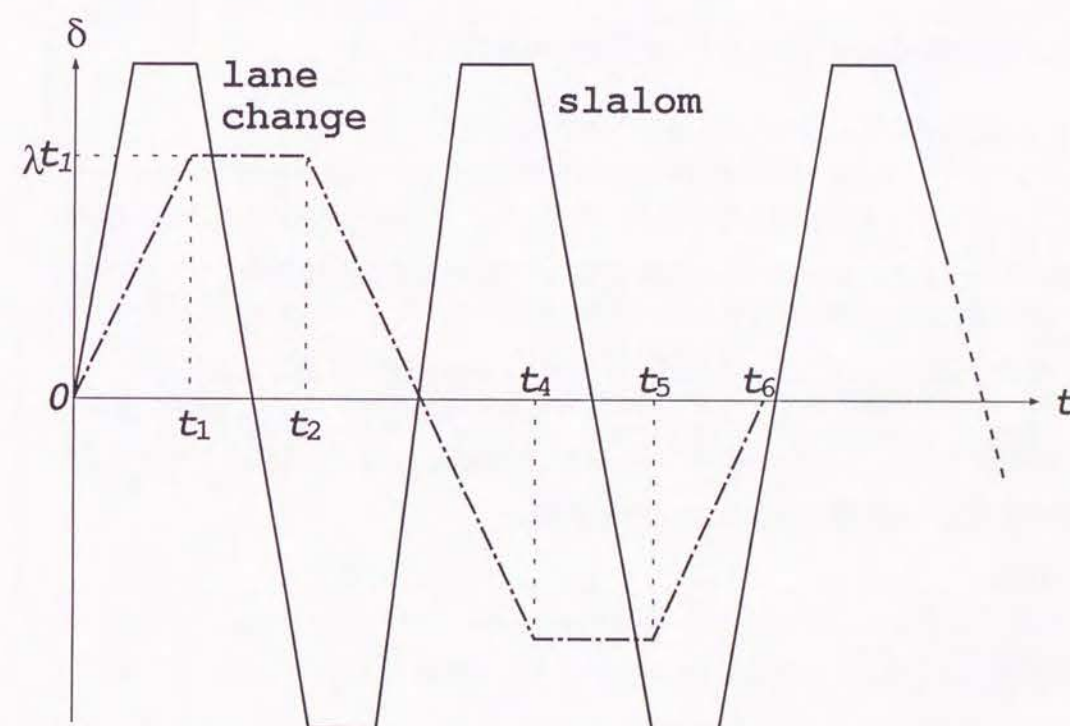


Fig. 3.5 Input function for pattern 2

各関数の係数($\lambda, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$)の値は各入力パターンによって異なり、次のように定義している。

λ : 時間に対する前輪舵角の増加の割合

t_1 : ハンドルを切り終わる時間

t_2 : ハンドルを戻し始める時間

t_3 : ハンドルを戻し終わる時間 (ハンドルを始めに切ったのとは逆方向に切り始める時間)

t_4 : 逆方向に切り終わる時間

t_5 : 逆方向に切ったハンドルを戻し始める時間

t_6 : 逆方向に切ったハンドルを戻し終わる時間

ただし、ハンドルを左に切る場合を正の方向とし、左に切るか右に切るかは λ の符号に依存する。また、スラロームの場合($i=5$ の場合)は周期関数と考えて、1周期分とした。

また、各入力関数には走行速度に応じて最大値が存在する。この最大値は、車両の最小旋回半径(R_{min})とホイールベース(L)とに依存し、 η を正の定数として次のように表わされるものと考えられる (Fig. 3.6 参照)。

$$\delta_1 \leq \frac{L}{R_{min}} e^{-\eta V} \quad (3.8)$$

3.5.2 理想出力の定義と最適入力の導出

この車両操舵システムに対する理想的な入出力を次のように考える。

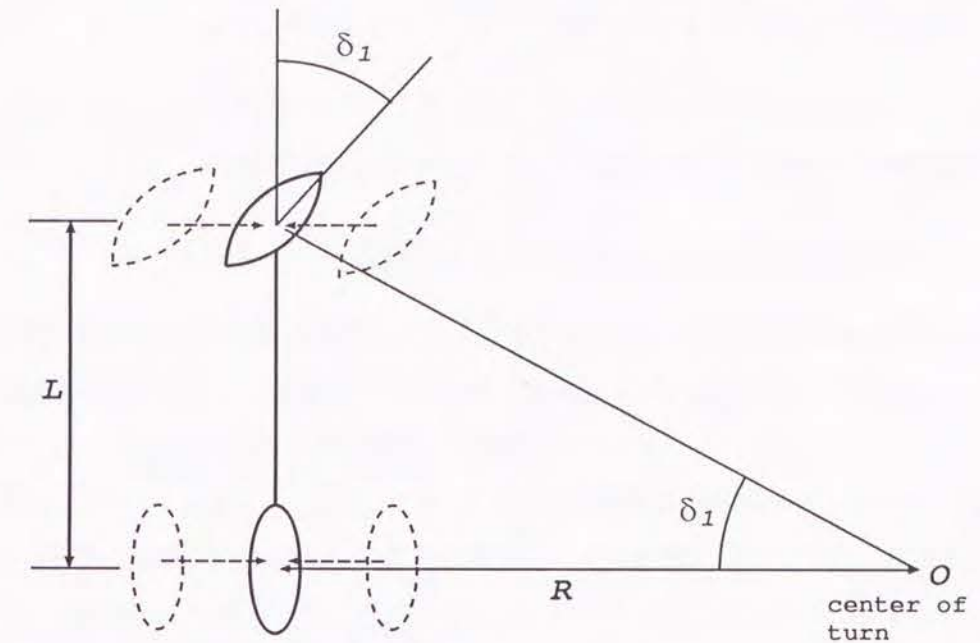


Fig. 3.6 Relation of turning radius and steering angle

- ◇ ドライビング中、ハンドリング可能な状態であれば前節で求めた入力関数のうちどのような入力関数が入力されても、車体の x 軸方向と重心点の速度ベクトル方向が一致する。(つまり、重心点横すべり角(β)およびその角速度が0である。)

$$\forall \delta_{1,i} \rightarrow \beta = \dot{\beta} = 0 \quad (3.9)$$

そこで、車両操舵システムの理想出力を($\beta = \dot{\beta} = 0$)と定義する。そして、制御対象モデルの逆システムに $\beta = \dot{\beta} = 0$ を入力して、最適入力($\delta_{1,o}(t)$)を式(2.4), (2.5), (3.4)より求める。

$$\delta_{1,o}(t) = \dot{c} \cdot e^{\Phi t} \quad (3.10)$$

$$\Phi = \frac{b_{11}a_{22} - b_{21}a_{12}}{b_{11}} = \frac{mV^2l_1 - k_2l_2L}{IV} \quad (3.11)$$

ただし、 \dot{c} は積分定数である。式 (3.10), (3.11) で与えられる関数を入力しない限り、この制御対象モデルに対するは理想出力 ($\beta = \dot{\beta} = 0$) は得られない。

3.5.3 前輪操舵車の入力偏差による評価

前節で導出した最適入力と 3.5.1 節で定義した入力関数をもとに、入力偏差評価関数 J により評価を行なう。ただし、入力関数の定義域は (パターン 1) の場合は、($0 \leq t \leq t_{3,i}$) である。(パターン 2) の定義域は、車線変更の場合は ($0 \leq t \leq t_{6,i}$) であるが、スラロームの場合は h 周期分を考慮して ($0 \leq t \leq t_{6h,i}$) となる。ただし、 h は自然数とする。また、ここでは各パターンに対する重みはつけずに平均的な評価を行なうことにする。(つまり、 $p_i = 1$ とする。) またここでは、システムの性能要求に応じて決まる値 (ε) を設定せずに、 J の値を最小にすることが可能かどうかについてのみ評価を考えることにする。

$$J = \sum_{i=1}^5 \|\delta_{1,o} - \delta_{1,i}\| \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^3 \left[\int_0^{t_{3,i}} \dot{c}^2 e^{2\Phi t} dt - 2 \int_0^{t_{3,i}} \dot{c} e^{\Phi t} \delta_{1,i} dt + \int_0^{t_{3,i}} (\delta_{1,i})^2 dt \right]^{1/2} \\ &\quad + \left[\int_0^{t_{6,4}} \dot{c}^2 e^{2\Phi t} dt - 2 \int_0^{t_{6,4}} \dot{c} e^{\Phi t} \delta_{1,4} dt + \int_0^{t_{6,4}} (\delta_{1,4})^2 dt \right]^{1/2} \\ &\quad + \left[\int_0^{t_{6h,i}} \dot{c}^2 e^{2\Phi t} dt - 2 \int_0^{t_{6h,i}} \dot{c} e^{\Phi t} \delta_{1,5} dt + \int_0^{\infty} (\delta_{1,5})^2 dt \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

以上の式を整理すると、次のようになる。

$$J = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\dot{c}}{2\Phi} \cdot e^{\Phi} \{ \dot{c}(e^{2t_{3,i}} - 1) + \frac{4\lambda_i}{\Phi} (e^{t_{1,i}} - e^{t_{2,i}} + e^{t_{3,i}} - 1) \} \right]^{1/2}$$

$$\begin{aligned} &+ \left[\frac{\dot{c}}{2\Phi} \cdot e^{\Phi} \{ \dot{c}(e^{2t_{6,4}} - 1) + \frac{4\lambda_4}{\Phi} \{ \sum_{q=1}^2 (e^{t_{3q+1,4}} - e^{t_{3q-1,4}}) + (e^{t_{6,4}} - 1) \} \} \right]^{1/2} \\ &+ \left[\frac{\dot{c}}{2\Phi} \cdot e^{\Phi} \{ \dot{c}(e^{2t_{6h,5}} - 1) + \frac{4\lambda_5}{\Phi} \{ \sum_{q=1}^{2h} (e^{t_{3q+1,5}} - e^{t_{3q-1,5}}) + (e^{t_{6h,5}} - 1) \} \} \right]^{1/2} \\ &+ (\Phi \text{ を含まない部分}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

式 (3.14) より J の値を最小にするには、 Φ の値が負になり、その絶対値がなるべく大きくなるように Φ に含まれるパラメータの値を決めてやればよい。具体的には、

$$\Phi = \frac{mV^2l_1 - k_2l_2L}{IV} < 0 \quad (3.15)$$

$$|\Phi| = \left| \frac{mV^2l_1 - k_2l_2L}{IV} \right| \rightarrow \text{大} \quad (3.16)$$

であるから、その条件としては次のようなことが考えられる。

- ホイールベース (L) を長くする。
- 重心の位置を後輪軸に極端に近づける ($l_1 \gg l_2$)。
- 後輪のコーナリングパワー (k_2) を大きくする。
- 車両質量 (M) を小さくする。
- ヨーイング慣性モーメント (I) を小さくする。

これらの条件をうまく組み合わせて、 Φ の値を負にできれば、式 (2.5) で表わされた車両操舵システムの伝達関数の零点が複素平面上左半面に存在するようになるため、好ましいといえる。

しかし、実際には走行速度 (V) の影響が無視できなくなる。 V の値を大きくしていくと Table 3.1 の基準諸元ではせいぜい 20km/h ぐらいまででしか式 (3.15) は成立しない。それと同時に、式 (3.16) についてもあまり、 Φ の絶対値を大きくすることはで

Table 3.1 Values of parameters of a standard car

M : 1200kg	I : 1600kg·m ²
k_1 : 32000N/rad	k_2 : 45000N/rad
l_1 : 1.15m	l_2 : 1.35m

きなくなる。逆に、走行速度の値を大きくしても成立するような機械要素パラメータの値は、物理的に不可能なものとなる。そこで、このままでは入力偏差評価関数 J を最小にするような機械要素パラメータの値は存在しないことになり、評価規範を満たさない。

3.5.4 後輪舵角比例制御方式による4WS車の解析と評価

前節の結果に基づいて、評価規範を満たすために制御装置を付加する。ここでは、新たな制御入力として後輪を操舵することにする。ただし、比較的簡単に実現できる方法として、後輪舵角の大きさを前輪舵角の大きさに対し比例的に変化させる後輪舵角比例制御方式を選ぶ。4WS車の制御方式としてはもっと優れたものもあるが、ここではこれにはふれずに、3.4節で提案した設計手順の応用例として、後輪舵角比例制御方式を取りあげ、本設計手法の有効性を考察する。

まず、前輪舵角と後輪舵角との間の比例定数を ξ とおく。

$$\delta_2 = \xi \delta_1 \quad (3.17)$$

4WS車の場合の伝達関数行列を、 $G_{\beta 4}(s)$ とおくと、式(2.4)より

$$\beta(s) = G_{\beta 4}(s) \delta_1(s) \quad (3.18)$$

$$G_{\beta 4}(s) = \frac{1}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} (s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} \\ (s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22} \end{bmatrix}^T \quad (3.19)$$

となる。この式にさらに式(3.17)の関係を代入すれば次のようになる。

$$\beta(s) = \frac{[(s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21}] + [(s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22}]\xi}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \delta_1(s) \quad (3.20)$$

式(3.19)より3.5.2節で定義した理想出力を得るための最適入力 $\delta_{1',o}$ を求めると

$$\delta_{1',o}(t) = \tilde{c} \cdot e^{\Phi' t} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \Phi' &= \frac{(b_{11} + \xi b_{12})a_{22} - (b_{21} + \xi b_{22})a_{12}}{b_{11} + \xi b_{12}} \\ &= \frac{mV^2(k_1 l_1 - \xi k_2 l_2) - k_1 k_2(\xi l_1 + l_2 L)}{(k_1 + \xi k_2)IV} \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる。式(3.21)、(3.22)で表わされる最適入力 $\delta_{1',o}$ と3.5.2節で定義した各パターンの入力関数を入力偏差評価関数 J で評価すると、前輪操舵車モデルの場合と同様に、 J の値を最小にするには、 Φ' の値が負になり、その絶対値がなるべく大きくなるように Φ' に含まれるパラメータの値を決めてやればよいという結果が得られる。 Φ' の値を負にするという条件に対しては、前輪舵角と後輪舵角の間の比例定数 ξ を次式のような値に選べば、その他の機械要素パラメータの条件は必要ない。

$$\xi = \frac{k_2 l_2}{k_1 l_1} \quad (3.23)$$

また、 Φ' の値が負にできれば前輪操舵車の場合と同様に、零点を左半面にもっていけるので制御的にみて好ましい。さらに、 Φ' の絶対値を大きくするための条件に対しては、 ξ の値を式(3.23)のように与えられるとすれば次のようになる。

$$k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 \gg VI \quad (3.24)$$

これに対する機械要素パラメータの条件は、

- 前後輪のコーナリングパワー (k_1, k_2) の値を大きくする。
- 重心点から前後輪までの長さ (l_1, l_2) を長くする。
- ヨーイング慣性モーメント (I) を小さくする。

となるが、これらは物理的に考えても、好ましいものである。そして、式(3.24)の不等式はTable 3.1で表わした基準諸元に対する $\pm 50\%$ 以内の変化で走行速度 200km/h まで実現可能であるので、実現性の点でも問題はないと考えられる。それゆえ、上記の条件を満たせば、後輪舵角制御方式を制御設計として車両モデルに組み込んだ場合、3.5.3節で定義した理想出力を得ることができる。

ただし、式(3.23)で与えた前輪舵角と後輪舵角の間の比例定数 ξ が、常に一定ではなく変動する可能性がある。それは、例えばコーナリングパワーはタイヤに加わる荷重の大きさやタイヤの内圧により変化するし、前後輪の重心点からの距離も、また車内の人間や荷物などの質量分布により変化するためである。そこで、この後輪舵角比例制御方式を採用する際には、ロバスト性が問題になる。この点に関しては、第4章および第6章で述べる。

また、ここでは3.5.4節で前置きしたように各入力パターンに対する重み (p_i) やシステムの性能要求に応じて決まる値 (ε) を設定していないため、実際に4WS車の製作を行なう場合には、これらの値によっては評価規範を満たさないことがあるかもしれない。その場合には、他の4WSシステムの制御方式を用いて、比較検討することになる。そして、どの方式を用いた場合も、満足できなければ、構造や設定条件、性能要求を再考し検討し直すことになる。このことは、3.4節の設計手順で述べた Step 6, Step 7にあたる。

3.5.5 数値例

前節で得られた基準や条件から機械要素パラメータの具体的な数値を求める。パラメータの値の組合せとして数種類考えられるが、ここではTable 3.2, Table 3.3, Table 3.4に示す3例をあげておく。これらは、現在の市販車の値からあまりかけはなれないように設定してある。また、すべて、式(3.24)の条件に対して走行速度 (V) が 200km/h まで成立するように設定してある。

3つの例の違いは、前後輪の舵角の比例定数 (ξ) の値にある。比例定数 (ξ) の値は、2.3節で述べたステアリングの特性を表わしている。 ξ の値が、1より大きいTable 3.2の場合アンダーステア、1に等しいTable 3.3の場合はニュートラルステア、1より小さいTable 3.4の場合はオーバーステアに相当する。市販の前輪操舵車は、経験則からあまり強くないアンダーステアに設定されているので、その点からいえばTable 3.2の数値が市販車としては最も実現しやすいといえるだろう。

また、ここでは評価規範を満たすような機械要素の値を示すことにとどめるが、実際には、アクチュエータ等の制御入力を加えて機械要素のパラメータの値を評価条件を満たすように制御的に変えてやることも可能である。そして、どのようなアクチュエータを組み込むかは、条件式をもとにその物理的な対応を考えていけば決まることである。

例えば、コーナリングパワーの値を走行速度の増加にともなって増やしてやるためには、アクチュエータにより傾きを変えられるようなウイングを車体に取り付けてやり、速度に応じた制御を行なってやればよい。ただし、この場合車両質量や慣性モーメントの値などが変わってくるため、これを組み込んだ上でもう1度評価を行なわなければならない。このことは、3.4節で述べた通りである。

Table 3.2 Example of values of parameters (No.1)

k_1 : 45000N/rad	k_2 : 40000N/rad
l_1 : 1.6m	l_2 : 2.0m
L : 3.6m	I : 1300kg·m ²
$\xi = k_2 l_2 / k_1 l_1 = 1.1111 \dots$	

Table 3.3 Example of values of parameters (No.2)

k_1 : 43750N/rad	k_2 : 43750N/rad
l_1 : 1.7m	l_2 : 1.7m
L : 3.4m	I : 1200kg·m ²
$\xi = k_2 l_2 / k_1 l_1 = 1$	

Table 3.4 Example of values of parameters (No.3)

k_1 : 40000N/rad	k_2 : 45000N/rad
l_1 : 1.7m	l_2 : 1.5m
L : 3.2m	I : 1100kg·m ²
$\xi = k_2 l_2 / k_1 l_1 = 0.9926 \dots$	

3.6 おわりに

機械システムの設計について、従来の設計手順における問題点を明らかにした。そして、この問題点を解決するために、制御を前提とした機械システムの設計手法を提案した。本手法は、機械設計に対して制御側からみた評価を行なうことに重点を置き、その評価結果と力学的制約条件等に基づいて機械要素のパラメータの値を決定し、制御装置、システムの構造などの比較決定を行なうものである。このために必要な、機械システムに対する評価規範として入力偏差による評価方法を考案した。

さらに、この手法を用いて自動車の操舵システムの評価と設計を行なった。前輪操舵車の場合には、評価の結果、定義した理想出力を得られなかったため、後輪舵角比例制御方式を用いた4WS車として設計をおこない、その機械要素パラメータの数値を導出した。なお、本章では得られた4WSシステムのロバスト性についての検討を行っていない。これについては、次の第4章および第6章で述べる。

機械システムの設計に対しては対象とするシステムに依存する部分が多く、そのため、本論文で提案した手法がそのまますべての機械システムに対しても有効であるとはいえないかもしれない。例えば、理想の出力をうまく数学的に定義できるかどうかという点や、実際の入力をうまくパターン分類して定義できるかどうかという点などが問題となるだろう。また、本章では、システムを実際に製作する場合のコストにはふれなかったが、この点も考慮にいれる必要がある。しかしながら、このような場合にも本章で提案した設計手法を、各対象に応じて部分的に修正していくことで対応できると考えている。

第4章

コーナリングパワー変動に対する4WSシステムのロバスト制御

4.1 はじめに

近年、自動車に対する運動性能の向上や乗り心地の改善などの要求が厳しくなっており、これに対して4WSシステムやアクティブサスペンションといった、自動車の運動制御に関する関心が高まっていることは前章まででも述べてきた通りである[13]~[17]。車両の運動制御を考える場合に問題となるのは、自動車という制御対象が走行環境の変化による影響を強く受けることと、非線形性を持つことおよび経年変化によるパラメータ変動の影響を大きく受けることがあげられる。

車両操舵系の運動制御を考える場合に具体的に問題となる不確かさは、路面状況の変化とタイヤ特性の変化である。ここでは、旋回運動に直接影響を与えるコーナリングフォースに着目する。コーナリングフォースはタイヤで発生する旋回のための横向きの力であるが、タイヤの横すべり角に対して生じる。横すべり角の増加に対するコーナリングフォースの増加の割合をコーナリングパワーと呼ぶ。これは路面状況によっても、タイヤの接地荷重や内圧、経年変化によっても大きく変動するとともに非線形性をもつ。

また、自動車の操舵システムの場合、ドライバーによる操作が必要不可欠であるが、特に危険回避の場合など、ドライバーの操舵入力在必ずしも的確なものではないこと、および危機的状態に陥った場合ドライバーが一種のパニック状態となりどのような操作入力を与えるかを予測することは難しいことが問題となる。

そこで本章では、この点を考慮した新しい操舵系のモデルを導出し、このモデルにおいて2次安定化[18]~[24]によるロバスト制御系を実現することを考える。具体的には、まず、ドライバーからの入力を基準外部入力にとらえ、 H^∞ ノルム制約により、この基準外部入力の抑制を行なうことを第1仕様とする。さらに先に述べたコーナリングパワーを有界時変な不確かさを持つ変動パラメータと考えてこれに対して4WSシステムを2次安定化することを第2仕様と考える。これらの仕様を満たすことは、結局外乱抑制2次安定化制御を行なうことになるが、提案するモデルの場合、Xieら[18]~[21]やGu[25]の方法では、条件が保守的になりすぎて、対応するリカッチ方程式の解が存在せず2次安定化ができない。

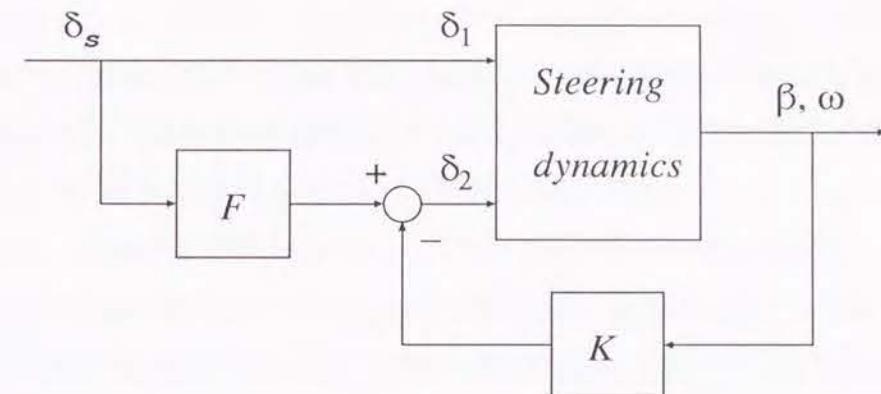
そこで、本章では有界実補題に基づいてこの問題点を解消する外乱抑制2次安定化の方法を提案する。この方法は、XieらやGuの方法における安定化条件の保守性を緩和し、適用範囲を拡大するものである。

そして、上記2つの仕様を満たす状態フィードバック則によるロバストな4WSシステムの設計について考察する。

4.2 車両の運動モデル

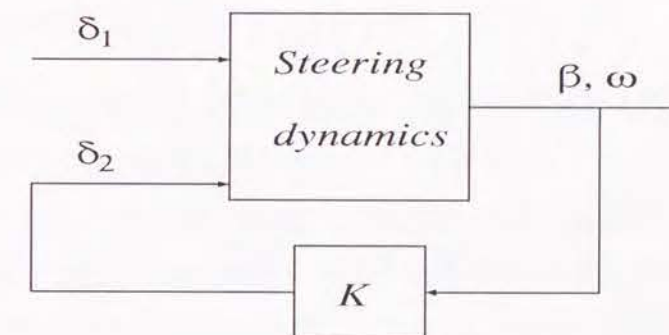
ドライバーのハンドル操作に対する速やかな応答性と走行中の安定性を両立させるために2自由度制御系構成を考える。旋回時の4WS車の運動モデルおよび各記号は2.2節のFig. 2.1, Fig. 2.2とTable 2.1で示したとおりである。そこでFig. 2.2に基づいてフィードバック制御を含む4WSシステムの構成を考えると次のFig. 4.1のブロック線図のようになる。

Fig. 4.1に示されるフィードフォワードコントローラ(F)は、重心点横すべり角(β)およびヨーレート(ω)に対して適当な規範モデルを設定し、これにマッチングするように設計すればよい。したがって、2自由度制御系のロバスト性に関する議論は、フィードバック部分にのみ着目すればよいので、本稿ではFig. 4.2に示すように、Fig. 4.1の構成のうち閉ループ系にのみ着目する。



F : Feedforward controller K : Feedback controller

Fig. 4.1 Control system structure for 4WS



K : Feedback controller

Fig. 4.2 Closed loop system structure for 4WS

また, Fig. 4.1に示すようにドライバーの操舵角指令 (δ_s) と前輪舵角 (δ_1) を便宜的に同じものとみなしている. 4.1節でも述べたように, このドライバーの操舵入力が必要十分なものではないことや, パニック状態に陥った場合にどのような操作入力を与えるかを予測することは難しいことから, δ_s つまりは, δ_1 を外部基準入力としてモデルを構成し, 制御を行なう必要がある. 従来, 4WS システムのモデルを考える場合には, δ_1 , δ_2 をともに制御入力と考えたモデルが考察されてきたが, ドライバーの操作を考慮した場合, 必ずしも妥当とはいえない. このため, 本章では, δ_1 を外部入力としてとらえた新しい概念の4WSモデルを対象として制御系の考察を行なう.

まず, 2.2節で示した車両の運動方程式を表す式 (2.1), (2.2), (2.3) を再掲する.

$$\begin{bmatrix} Ms & MV \\ 0 & Js \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ l_1 & l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{V} & \frac{l_1}{V} \\ \frac{1}{V} & -\frac{l_2}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

前節でも述べたように車両の旋回運動に直接影響を与えるのは, コーナリングフォースである. コーナリングフォースはタイヤに加わる接地荷重に対して非線形である. このため実際には車両の旋回運動は操舵系だけではなく懸架系の影響も受ける. コーナリングフォースは接地荷重に伴い増加するが, ある程度以上の荷重に対しては飽和することがわかっている. それゆえ左右2輪に荷重差が生じる場合, 左右2輪のコーナリングフォースの総和は荷重差のない時に比べて減少してしまう. 実際の旋回運動の際には, 懸架系であるサスペンションによりロールモーメントが相殺されるため, 左右2輪間に荷重差が生じ, 近似的2輪車モデルではコーナリングフォースに関するモデル化誤差を含んでいることになる. コーナリングフォースに関するモデル化誤差は, そのまま, 式 (2.2) のコーナリングパワー (k_1, k_2) の変動となって現れる.

また, タイヤ横すべり角 (α_1, α_2) とコーナリングフォースの関係が厳密には非線形であるため, α_1, α_2 が大きいところでは式 (2.2) は成立せず, k_1, k_2 には線形化誤差がある.

以上のことから, 車両の運動モデルを懸架系からの影響を含めた形でモデル化する方法もあるが, この場合には非線形微分方程式で記述されるので, 線形制御理論を適用するために結局は線形化しなければならない.

さらに, 走行中の路面状態の変化にともなうタイヤ特性の変化は, コーナリングパワーの変動ととらえることができ, モデル化誤差や線形誤差がなくても変動パラメータとして取り扱う必要がある. そこで本稿では, これら2つの誤差および懸架系からの影響はすべてコーナリングパワーのパラメータ変動に含めて, ロバスト制御の範疇で対応することにし, 以下では式 (2.1)~(2.3) の操舵系のみの線形モデルを用いて考察していくことにする.

まず,

$$x = [\beta, \omega]^T, \quad w = \delta_1, \quad u = \delta_2$$

とにおいて (2.1)~(2.3) 式を整理すると

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \quad (4.1)$$

となる. ただし,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-k_1 - k_2}{MV} & \frac{-MV^2 - k_1l_1 + k_2l_2}{MV^2} \\ \frac{-k_1l_1 + k_2l_2}{J} & \frac{-k_1l_1^2 - k_2l_2^2}{JV} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{MV} \\ \frac{k_1l_1}{J} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{k_2}{MV} \\ \frac{-k_2l_2}{J} \end{bmatrix}$$

である。上式は、 δ_1 を外部基準入力として構成した状態方程式表現であり2.2節で導出した式(2.4)とは、制御系の構成上、本質的に異なるものである。

ここでは、状態フィードバックを仮定しているため観測出力(y)は状態変数(x)と等しく、制御量(z)としては、重心点横すべり角(β)をとる。重心点横すべり角は車体の x 軸方向と重心点の持つ進行速度方向とのずれを表している。この値が大きいと旋回運動時には逆応答現象や位相遅れ現象を生じ運動性能を劣化させ不安定さの要因になり、また、乗車している人に不快な乗り心地感を与える。それゆえ、重心点横すべり角がなるべく生じないようにすることが望ましい。これには、前後輪とも操舵する4WSシステムにすることでこの重心点横すべり角を小さくすれば、運動性能や乗り心地を良くすることができることがわかっている。

次に、コーナリングパワーの変動を乗法的な不確かさと考え、実際のコーナリングパワー \tilde{k}_1, \tilde{k}_2 は次のように与えられると仮定する。

$$\tilde{k}_1 = k_1(1 + \Delta_{k1}) \quad (4.2)$$

$$\tilde{k}_2 = k_2(1 + \Delta_{k2}) \quad (4.3)$$

ただし、 Δ_{k1}, Δ_{k2} はコーナリングパワーの不確かさを表す時変な変動である。

以上のことから、システムは次の様に記述される。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta_A)x + (B_1 + \Delta_{B1})w + (B_2 + \Delta_{B2})u \quad (x(0) = 0) \\ z &= C_1x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \\ y &= x \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_A &= H\Delta E \\ \Delta_{B1} &= B_1\Delta_{k1} \\ \Delta_{B2} &= B_2\Delta_{k2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

ただし、 $\Delta = \text{diag}\{\Delta_{k1}, \Delta_{k2}\}$ は不確かさを表現する有界時変な行列であり

$$\begin{bmatrix} \Delta_{k1}^2 & 0 \\ 0 & \Delta_{k2}^2 \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

と仮定する。また

$$H = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{MV} & \frac{k_2}{MV} \\ \frac{k_1 l_1}{J} & \frac{-k_2 l_2}{J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 & \frac{-l_1}{V} \\ -1 & \frac{l_2}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

であるので、

$$\Delta_A = B_1\Delta_{k1}E_1 + B_2\Delta_{k2}E_2 \quad (4.9)$$

となっている。なお、以下では (A, B_2) は可安定、 (A, C) は可検出と仮定する。

4.3 2次安定化制御則の導出

4.1節でも述べたようにドライバーからの入力を基準外部入力にとらえ、 H^∞ ノルム制約により、この基準外部入力の抑制を行なうことを第1仕様とする。また、コーナリングパワーを有界時変な不確かさを持つ変動パラメータと考えて、これに対して4WSシステムを2次安定化することを第2仕様とする。

よって、4.2節で求めたシステムモデルに対し制御仕様は次のようになる。

- a) 式(4.5)の不確か性に対して式(4.4)のシステムは2次安定である.
- b) 与えられた定数 $\gamma > 0$ に対して, $\|z\|_2 < \gamma \|\delta_1\|_2$ を満たす.
($\|\cdot\|_2$ は L_2 ノルム)

さて, a), b) の仕様を満たす制御系を設計すること, 式(4.4)のシステムに対して γ 外乱抑制2次安定化制御を実現することに帰着される. 外乱抑制2次安定化制御に関してはKhargonekarら[20], [21], Xieら[18] [19]やGu[25]の結果により必要十分条件が導出されているが, 4.1節でも述べた通り, これらの方法では4.2節で導出した車両の運動モデルに対しては, 安定化のための条件が保守的になり過ぎて対応するリカッチ方程式の解が存在しない. また, 式(4.4)のシステムにおいては, 外部基準入力(δ_1)にかかる B_1 も不確かさを含んでおり, この部分の取り扱いに注意を要する.

外部入力項にかかる係数行列にも不確かさを含む外乱抑制2次安定化制御については, 大須賀ら[26]の方法がある. これは外部入力を何らかの周波数特性を持つと仮定して適当な安定かつ厳密にプロパーな重み関数により特徴づける. この重み関数の状態実現をおこない, 実現された重み関数の状態変数ともののシステムの状態変数により, 外部入力項にかかる係数に不確かさを含まないように拡大系を構成して解くというものである.

しかし, 本稿で取り扱う外部入力はすでに述べた通り, ドライバーからの操作信号である. これは, 危険回避の場合など, ドライバーの操舵入力が必要しもの確なものではないことや, ドライバーがどのような操作入力を与えるかを予測することが難しいため, 外部入力が何らかの周波数特性を持つことを仮定できない. このため, 外部入力項にかかる係数行列にも不確かさを含んだままのシステムに対して, 外乱抑制2次安定化制御則を導出する必要がある. これには, Xieら[18]やGu[25]の方法があるが, これらの結果に基づく方法では, 安定化条件が保守的になり過ぎて解が存在しないことを示す. 文献[18]によれば, 式(4.4)のシステムに対して, 仕様a), b) を満

たすための条件および制御則は次のように与えられる.

[命題 1]

$\gamma > 0$ を指定した時に, 式(4.9)を考慮すれば,

$$[A - B_2 E_2]^T P + P[A - B_2 E_2] + (1 + 4\gamma^{-2}) P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 + E^T E < 0 \quad (4.10)$$

を満足する $P > 0$ が存在すれば, 式(4.5)で示される不確かさを持つ式(4.4)のシステムは仕様a), b)を満たす. またこの時, 状態フィードバック制御則の1つは,

$$u = Fx, \quad F = -(B_2^T P + E_2) \quad (4.11)$$

で与えられる. ただし, ϵ は正定数である. □

[命題 1]を検証する. 式(4.4)のシステムにおいては式(4.7)~(4.9)より

$$A = A_0 + B_1 E_1 + B_2 E_2; \quad A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

の関係が成立している. この関係を式(4.10)に代入すると, 式(4.10)の左辺は

$$\begin{aligned} T &:= [A_0 + B_1 E_1 + B_2 E_2]^T P + P[A_0 + B_1 E_1 + B_2 E_2] \\ &\quad + (1 + 4\gamma^{-2}) P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 + E_1^T E_1 \\ &= A_0^T P + P A_0 + 4\gamma^{-2} P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 + [P B_1 + E_1^T][P B_1 + E_1^T]^T \end{aligned} \quad (4.13)$$

となる. このとき, 例えば, A_0 の固有ベクトル $y_0 = [1 \ 0]^T$ を考え, T に対する2次形式を計算すると,

$$y_0^T T y_0 = 4\gamma^{-2} y_0^T P B_1 B_1^T P y_0 + y_0^T C_1^T C_1 y_0 + y_0^T [P B_1 + E_1^T] [P B_1 + E_1^T]^T y_0 \geq 0 \quad (4.14)$$

となり式(4.13)を満足する P が存在しないことになる。これはつまり、[命題1]の条件および制御則では、式(4.5)の不確かさをもつ式(4.4)のシステムに対しては γ 外乱抑制2次安定化できないことを示している。

そこで、本稿では次の有界実補題に基づいて、上述した保守性を減らして式(4.4)のシステムに対しても γ 外乱抑制2次安定化可能となる条件および制御則を導出する。

[有界実補題]

A' が漸近安定で、かつ

$$\|C'(sI - A')^{-1}B'\|_\infty < 1 \quad (4.15)$$

であるための必要十分条件は、リカッチ不等式

$$PA' + A'^T P + PB' B'^T P + C'^T C' < 0 \quad (4.16)$$

が対称正定解 $P > 0$ をもつことである。□

まず、制御対象である式(4.4)のシステムにおいて $u = 0$ とおいたシステム

$$\dot{x} = (A + \Delta_A)x + (B_1 + \Delta_{B_1})\delta_1 \quad (4.17)$$

$$z = C_1 x$$

を考える。このシステムに対して上の有界実補題と同値な条件は次の定理で与えられる。

[定理1]

式(4.17)のシステムにおいて A が漸近安定で、かつ

$$\|C_1(sI - A)^{-1}B_1\|_\infty < 1 \quad (4.18)$$

であるための必要十分条件は、 $\gamma > 0$ を指定したときに、次のリカッチ不等式

$$PA + A^T P + 4\gamma^{-2} P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 + \epsilon P H H^T P + \frac{1}{\epsilon} E^T E < 0 \quad (4.19)$$

が対称正定解 $P > 0$ をもつことである。ただし、 $\epsilon > 0$ である。□

十分性の証明

式(4.19)において、 $C' \leftarrow C_1$ 、 $B \leftarrow B_1$ と読み換えて、 $EE^T > 0$ 、 $PHH^T P > 0$ 、 $PB_1 B_1^T P > 0$ 、 $\epsilon > 0$ であることに注意すれば明らかに式(4.16)が成立する。□

必要性の証明

文献[18]のTheorem 3.1の必要性の証明方法を応用する。式(4.17)のシステムにおいて有界実補題が成立するとする。このとき、式(4.16)より

$$(A + \Delta_A)^T P + P(A + \Delta_A) + C_1^T C_1 + \gamma^{-2} P(B_1 + \Delta_{B_1})(B_1 + \Delta_{B_1})^T P < 0 \quad (4.20)$$

を満たす $P > 0$ が存在する。いま、

$$Z = A^T P + PA + \gamma^{-2} P(B_1 + \Delta_{B_1})(B_1 + \Delta_{B_1})^T + C_1^T C_1 \quad (4.21)$$

とおくと、式(4.20)より、任意の $x \in \mathbb{R}^n$; $x \neq 0$ に対して、

$$\begin{aligned}
x^T Z x &< -2x^T (PH \Delta E)x \\
&< -2\max\{x^T (PH \Delta E)x ; \Delta^T \Delta < I\} \leq 0
\end{aligned} \quad (4.22)$$

が成立し,

$$\begin{aligned}
(x^T Z x)^2 &> 4\max\{[x^T (PH \Delta E)x]^2 ; \Delta^T \Delta < I\} \\
&= 4x^T P H H^T P x \cdot x^T E^T E x
\end{aligned} \quad (4.23)$$

となる. ここで,

$$Z' = A^T P + PA + 4\gamma^{-2} P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 \quad (4.24)$$

とおくと, $(x^T Z x)^2 < (x^T Z' x)^2$ であることは容易にわかる. このことと式(4.23)より任意の $\tau \neq 0$ に対して

$$(\tau^T Z' \tau)^2 - 4 \cdot \tau^T \Xi \tau \cdot \tau^T \Pi \tau > 0 \quad (4.25)$$

となる. ただし, $\Xi = P H H^T P$, $\Pi = E^T E$ である. これより, ある $\epsilon > 0$ に対して

$$\Xi \epsilon^2 + Z' \epsilon + \Pi = \epsilon^2 P H H^T P + \epsilon Z' + E^T E < 0 \quad (4.26)$$

が成立し, よって

$$PA + A^T P + 4\gamma^{-2} P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 + \epsilon P H H^T P + \frac{1}{\epsilon} E^T E < 0 \quad (4.27)$$

を得る. これは式(4.19)である. \square

この定理1に基づいて, 式(4.4)のシステムに対して γ 外乱抑制2次安定化可能となるための必要十分条件とその制御則を以下に述べる.

[定理 2]

式(4.4)のシステムに対して, $\gamma > 0$ を指定したとする. このとき, 式(4.4)のシステムが γ 外乱抑制2次安定化可能, つまり, 仕様 a), b) を満たすための必要十分条件は,

$$\begin{aligned}
&PA + A^T P + 4\gamma^{-2} P B_1 B_1^T P + C_1^T C_1 \\
&+ \epsilon P H H^T P + \frac{1}{\epsilon} E^T E - \frac{1}{\mu} P B_2 B_2^T P < 0
\end{aligned} \quad (4.28)$$

を満たす対称正定解 $P > 0$ が存在することである. ただし, $\epsilon > 0$, $\mu > 0$ である. また, このとき状態フィードバック制御則の1つは,

$$u = Kx, \quad K = -\frac{B_2^T P}{4\mu} \quad (4.29)$$

で与えられる. \square

定理2の証明のために次の補題を用いる.

[補題 1]

X を実対称行列, L を実行列とする. $Lx = 0$ を満たすすべての $x \neq 0$ について, $x^T X x < 0$ ならば, ある ζ_0 が存在して次式が成立する.

$$X - \zeta L^T L < 0 \quad (\zeta > \zeta_0) \quad (4.30)$$

(証明) 文献[27] 参照.

[定理2]の証明を以下に述べる.

(定理2の十分性の証明)

式(4.28)を満たす $P > 0$ および、式(4.29)の制御則により、

$$Y = P[A + (B_2 + \Delta_{B_2})K] + [A + (B_2 + \Delta_{B_2})K]^T P + 4\gamma^{-2}PB_1B_1^TP + C_1C_1^T + \epsilon PHH^TP + \frac{1}{\epsilon}E^TE \quad (4.31)$$

を考える、式(4.31)に式(4.29)を代入して整理すると

$$Y = PA + A^TP + 4\gamma^{-2}PB_1B_1^TP + C_1C_1^T + \epsilon PHH^TP + \frac{1}{\epsilon}E^TE + R \quad (4.32)$$

となる。ただし、

$$R = -\frac{1 + \Delta_{k2}}{2\mu}PB_2B_2^TP \quad (4.33)$$

である。ところで、式(4.6)の関係より、 $1 + \Delta_{k2} < 2$ であるから、

$$R < -\frac{1}{\mu}PB_2B_2^TP \quad (4.34)$$

となり、

$$Y < PA + A^TP + 4\gamma^{-2}PB_1B_1^TP + C_1C_1^T + \epsilon PHH^TP + \frac{1}{\epsilon}E^TE - \frac{1}{\mu}PB_2B_2^TP \quad (4.35)$$

である。ここで、式(4.35)の右辺は式(4.28)の左辺そのものであるので、

$$Y < \text{式(4.35)の右辺} < 0 \quad (4.36)$$

であり、十分性が示せた。□

(定理2の必要性の証明)

$$P[A + (B_2 + \Delta_{B_2})K] + [A + (B_2 + \Delta_{B_2})K]^T P + 4\gamma^{-2}PB_2B_2^TP + C_1C_1^T + \epsilon PHH^TP + \frac{1}{\epsilon}E^TE < 0 \quad (4.37)$$

を満たす $P > 0$ が存在すると仮定する。

$$X = PA + A^TP + 4\gamma^{-2}PB_2B_2^TP + C_1C_1^T + \epsilon PHH^TP + \frac{1}{\epsilon}E^TE \quad (4.38)$$

とおくと、 X は対称行列である。式(4.37)より、 $B_2^TP\xi = 0$ を満たす全ての ξ に対して、 $(B_2 + \Delta_{B_2})K = (1 + \Delta_{k2})B_2K$ であることに注意すれば、 $\xi^TX\xi < 0$ となることわかる。よって、補題1より、

$$X - \frac{1}{\mu}PB_2B_2^TP < 0 \quad (\mu < \mu_0) \quad (4.39)$$

を満たす μ_0 が存在する。これは、 $0 < \mu < \mu_0$ なる μ に対して、 P が式(4.28)を満たすことを示している。よって、必要性が証明された。□

以上により、式(4.4)のシステムに対して、仕様a), b) を満たすための条件および制御則が導出できたので、次節では、この定理2に基づいて数値シミュレーションを行なった結果を示す。

4.4 シミュレーション

前節の定理2で得られた結果をもとに一般的な車両の諸元データを与えて、仕様a), b) を満たす状態フィードバックコントローラを設計し、シミュレーションによりその有効性を検討する。車両の諸元データは3.5節 Table 3.1に示したものをを用いる。ただし、Table 3.1中の k_1, k_2 はノミナル値とする。

シミュレーションは、定常円旋回運動を行なっている車両に対して時刻 ($t = 0$) で路面が変化し、このため慌てたドライバーが急激なハンドル操作を行なった場合を想

定した。具体的には、雪や氷などに乗り上げることにより路面とタイヤとの摩擦力が急激に失われ、この結果コーナリングパワーが減少し、ドライバーが前輪舵角に対してインパルス状の操作信号を与えてしまったような場合である。

状態量は定常円旋回時における定常値を0と考え、そこからの偏差量を表すものとした。なお、いずれの場合も $\gamma = 5$ とし、これに合わせて、 μ, ϵ を定理2のリカッチ不等式が成立するよう $\mu = 0.1, \epsilon = 0.01$ とした。Fig. 4.3からFig. 4.5までに重心点横すべり角(β)の時間応答を示す。ここでは、コーナリングパワーの変動が減少(-)の方向に変動した場合の結果を示したが、増加(+)の場合にも、同様の結果が得られる。

まず、Fig. 4.3は、速度(V)を50km/hとして、(a)パラメータ変動が $\Delta_k = -15\%$ の場合、(b)パラメータ変動が $\Delta_k = -50\%$ の場合、(c)パラメータ変動が $\Delta_k = -90\%$ の場合の定理2による制御則を用いた場合の時間応答を点線で示している。また、比較のため、ノミナルモデルに対する最適レギュレータを用いた場合の応答を一点鎖線で表してある。

Fig. 4.3から、提案手法による制御をおこなった車両は、コーナリングパワーの変動が、 -15% から -90% のいずれの場合にも最適レギュレータと比較して、高いロバスト性と外部基準入力(ドライバーによる入力)に対する高い抑制性能を示していることがわかる。

Fig. 4.4, Fig. 4.5はともに、コーナリングパワーの変動が生じた場合の重心点横すべり角の時間応答を示す図である。Fig. 4.4は定理2より得られる制御則を用いた場合の応答、Fig. 4.5は制御則に最適レギュレータを用いた場合の応答を示す図である。定常旋回速度をそれぞれ、(a) $V = 30\text{km/h}$, (b) $V = 60\text{km/h}$, (c) $V = 90\text{km/h}$, と変えた場合について示してある。また、いずれの図もパラメータ変動に対するロバスト性をみるために、コーナリングパワーに変動がない場合と $\Delta_k = -50\%$ の変動が生じた場合の重心点横すべり角(β)の時間応答を示してある。点線が変動が全くない場合の応答、一点鎖線が -50% の変動が生じた場合の応答である。

定理2に基づく制御をおこなった車両は、いずれの速度に対してもおおむね良い

ロバスト性を示していることがわかる。また、最適レギュレータの場合には、速度 $V = 30\text{km/h}$ の場合には、良好な結果を示しているが、速度 $V = 90\text{km/h}$ となると、ロバスト性に対してあまり良い結果とはいえない。いずれにしても、提案手法による制御を行なった車両は、速度によらずコーナリングパワーの変動に対するロバスト性を保っており、またドライバーからの入力に対する抑制性能もロバストに保持しているといえる。

以上のシミュレーション結果より、定理2より導出される制御則を用いた車両は、最適レギュレータを用いた場合に比較していずれの場合にもロバスト性が大幅に改善されていることがわかる。

4.5 おわりに

本章では、操舵系の運動に大きな影響を与えるコーナリングパワーに着目し、4WSシステムのロバスト制御について述べた。

ドライバーは前輪舵角にのみ操作入力を与えることができるものと想定し、この想定のもとでの車両の操舵系モデルを導出した。このモデルに対して、コーナリングパワーが、路面環境の変化やタイヤの経年変化により変動するとし、これを乗法的変動のあるパラメータと考えて、2次安定化を第1の仕様とした。また、ドライバーの操作入力が必ずしも的確ではないこととパニック状態などではその入力を予測することが難しいことから、このドライバーからの入力を外部基準入力にとらえ、この外部基準入力を抑制することを第2の仕様とした。

2つの仕様を同時に満足させるため、外乱抑制2次安定化制御の概念を用い、外部基準入力項にかかる係数部分にも不確かさを持ったシステムに対して、有界実補題に基づき、安定化条件に対する保守性を減らした外乱抑制2次安定化制御則を導出した。また、一般的な車両データを用いてシミュレーションを行ない、その有効性を検証した。

本章で与えた制御則は状態フィードバックを用いているが、現実には重心点横すべ

り角 (β) を検出することは難しい. そこで, 観測出力をヨー角速度 (ω) のみにして, 出力フィードバックに拡張することが課題となるが, これについては第6章で述べる.

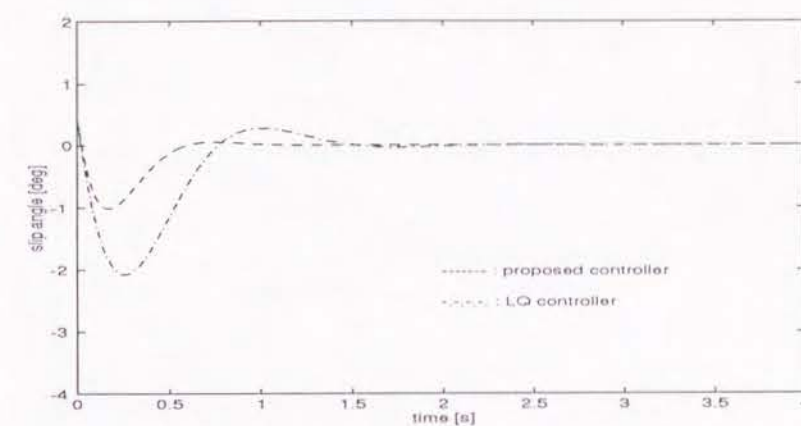
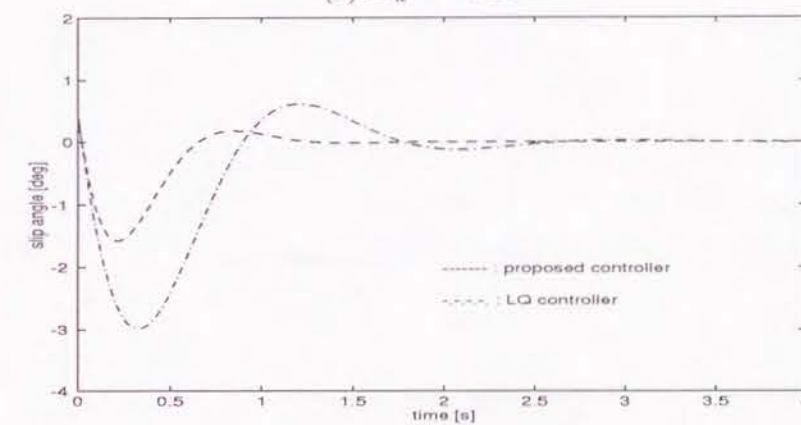
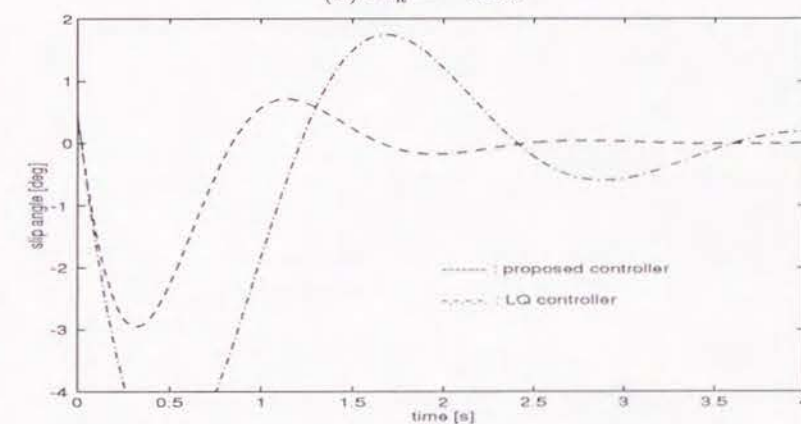
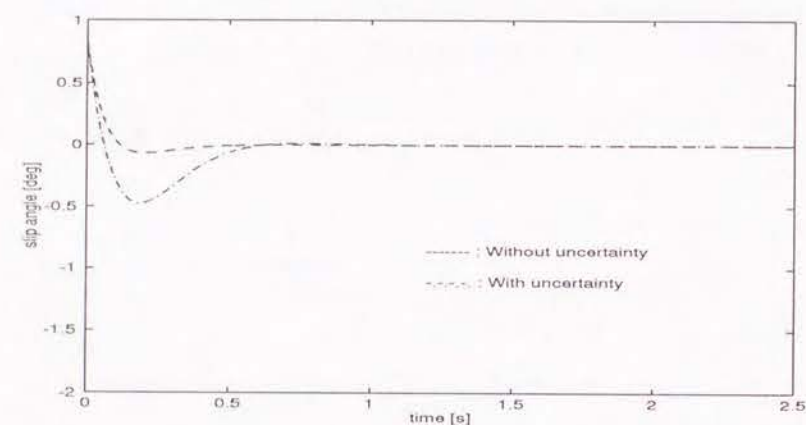
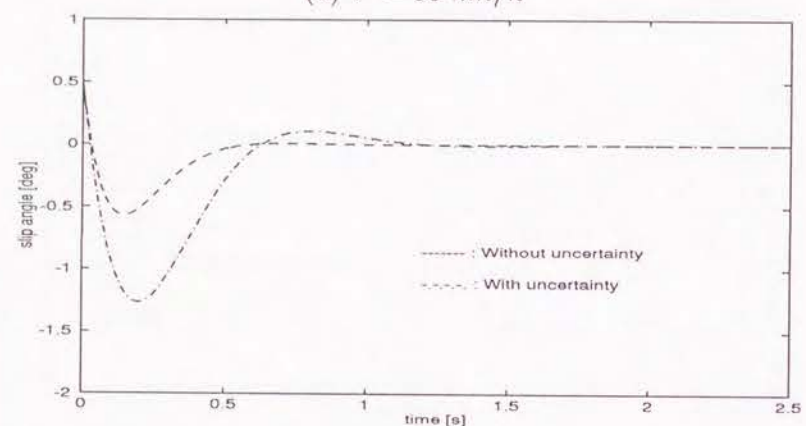
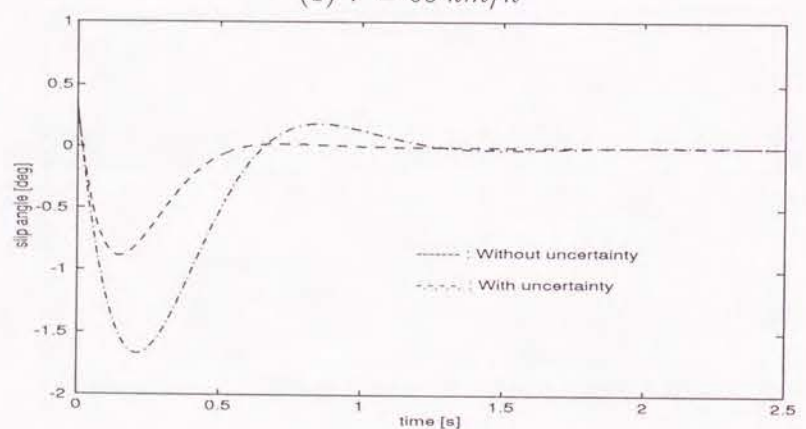
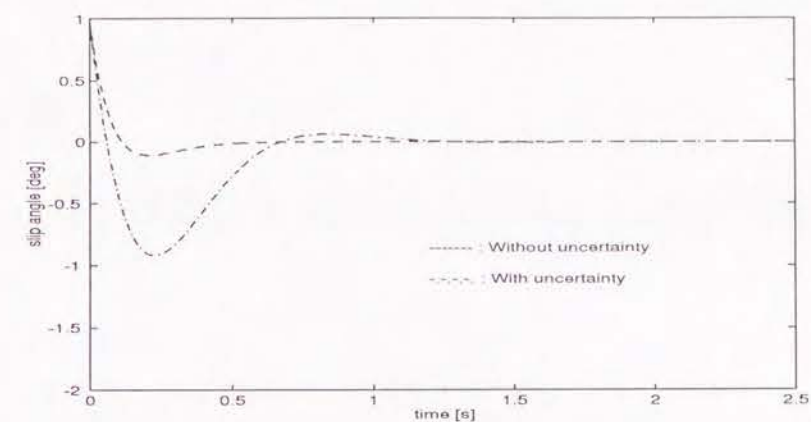
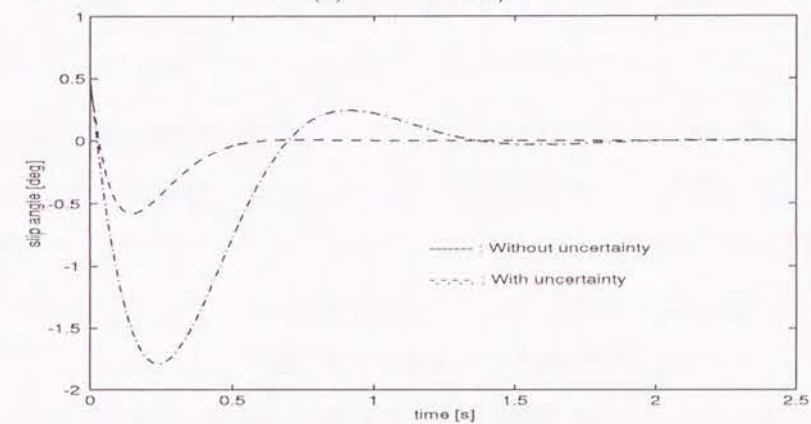
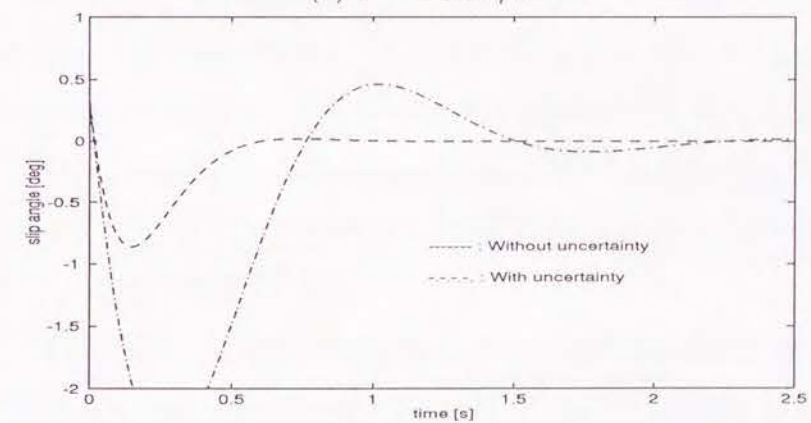
(a) $\Delta k = -0.15$ (b) $\Delta k = -0.50$ (c) $\Delta k = -0.9$

Fig. 4.3 Impulse responses for parameter perturbation

(a) $V = 30 \text{ km/h}$ (b) $V = 60 \text{ km/h}$ (c) $V = 90 \text{ km/h}$ Fig. 4.4 Impulse responses for variation of V (Proposed controller)(a) $V = 30 \text{ km/h}$ (b) $V = 60 \text{ km/h}$ (c) $V = 90 \text{ km/h}$ Fig. 4.5 Impulse responses for variation of V (LQ controller)

第5章

Minimax 最適化を用いたロバスト制御系の設計

5.1 はじめに

第4章でも述べた通り、自動車という制御対象は走行環境の変化や、経年変化によるパラメータ変動といった不確かさをもつため、これらの不確かさに対して十分なロバスト性をもった4WSシステムを設計することが重要である。

ところで、実際の制御対象では、4WSシステムのようにその動特性を記述するモデルの構造は既知であるが、モデルパラメータの値に不確かさが存在するものが少なくない。一般にモデルパラメータに含まれる物理定数は、経年変化や線形近似に起因する不確かさをもっており、このためモデルパラメータ自体がなんらかの不確かさを含むことになる。このような不確かさを構造化された不確かさというが、このうち特に、パラメータの存在範囲はわかっているが、その正確な値については不明であるような場合を、パラメトリックな不確かさという。4WSシステムを対象として考えた場合、その物理定数の不確かさがそれほど大きなものではなく、モデルパラメータの変動がある程度の範囲内に存在すると考えられるため、これはパラメトリックな不確かさであるといえる。このため、このパラメトリックな不確かさをもつ一般的な制御対象に対して、ロバストコントローラを設計する方法を確立することは、4WSシステムへの適用を考えた場合にも重要である。

近年、不確かさをもった制御対象に対するロバスト制御系の設計問題に対して H_∞ 制御理論 [28], [29] という統一的解法が与えられている。 H_∞ 制御は、閉ループ系の伝達関数の H_∞ ノルムに注目し、これを小さくすることで不確かさをもつ制御対象に対

し外乱抑制や低感度化などの制御仕様を達成するものである。 H_∞ ノルムは周波数領域では、伝達関数の最大ゲインを表しており、 H_∞ 制御は、最悪の周波数成分に対して H_∞ ノルムという評価関数を最小化する Minimax 最適化を行なっているといえる。しかし、 H_∞ 制御は、統一的な解法であるがために、パラメトリックな不確かさに対してその特徴を陽に考慮するものではなく、真のパラメータ変動の外側からの近似となり、得られる結果はロバスト安定性やロバスト性能に対し保守的になりやすい。

そこで、パラメトリックな不確かさをもった制御対象に対するロバスト制御系の設計問題は、このパラメトリックな不確かさの特徴を陽に考慮した Minimax 最適化問題として定式化することが必要である。

これに対し最近、ロバスト性をもたせた PID コントローラを Minimax 規範に基づいて設計するアイデアが Lu によって発表されている [30], [31]。本章で提案する方法は基本的にはこのアイデアに基づくものであるが、これらの文献には解法アルゴリズムが明記されておらず、このため独自に開発したものである。具体的には、指定されたモデルパラメータのノミナル値とその変動範囲に対して最悪の制御成績を与えるモデルパラメータの値の組合せを見出し、この組合せに対して評価関数を最小化するコントローラを Minimax 最適化問題に帰着させて設計するものである。この手法で設計されたコントローラは、指定された変動範囲内での閉ループ系のロバスト安定性とロバスト性能を保証するものである。なお、最適化手法として遺伝的アルゴリズム (GA) [32], [33] を応用し、ロバスト安定性の判別には Kharitonov の定理 [34], [35] を用いる。

5.2 問題設定

Fig. 5.1に示すような制御系を考える。 r , u , y , e はそれぞれ目標値、操作量、出力、制御偏差を表し、 $e = r - y$ である。また、 $G(s, \theta)$ は制御対象、 $C(s, q)$ はコントローラであり、ともに有理伝達関数で表現されるものとする。また、システムには直達成分はないものとする。ここで、 θ を制御対象のパラメータベクトルとし、この θ が

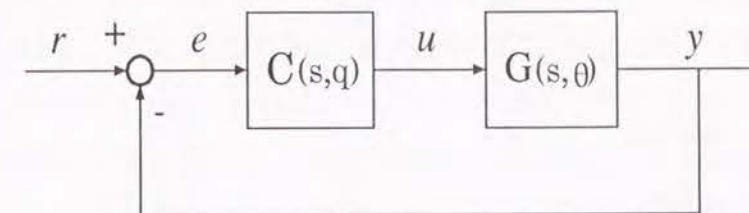


Fig. 5.1 Closed-loop system

有界な不確かさをもつと考え、 θ の変動範囲を指定する有界集合を

$$\Theta = \{\theta \mid \theta_l \leq \theta \leq \theta_u\} \quad (5.1)$$

とする。一方、コントローラは有限個のパラメータで表現されるものとし、これらのパラメータを要素とするベクトルを q とおき、 q もある有界な集合、すなわち、

$$Q = \{q \mid q_l \leq q \leq q_u\} \subset \mathbf{R}^m \quad (5.2)$$

に属するものとする。ただし、 m はコントローラのパラメータの数である。 Q はコントローラの各パラメータの物理的な調節可能範囲を表すものであり、 Q および Θ は設計時にはあらかじめ与えられるものとする。

ここで評価関数として、レギュレータ問題であれば、制御偏差 e と操作量 u の2乗積分

$$J(q, \theta) = \int_0^\infty \{e^2(t) + \rho u^2(t)\} dt \quad (5.3)$$

を、サーボ問題であれば、制御偏差 e と操作量の微分 \dot{u} の2乗積分

$$J(q, \theta) = \int_0^\infty \{e^2(t) + \rho \dot{u}^2(t)\} dt \quad (5.4)$$

を選ぶ。ただし、 ρ は重みを表す正の定数である。このとき、 $G(s, \theta)$, $C(s, q)$ が共に有理伝達関数であれば、これらの評価関数は θ, q の有理関数として表現される。

以上のことから、式(5.3)あるいは式(5.4)を評価関数とするロバストコントローラ
の設計問題は次の Minimax 最適化問題に帰着できる。

$$\min_{q \in Q} \max_{\theta \in \Theta} J(q, \theta) \quad (5.5)$$

なお、有界集合 Θ の範囲内の全てのプラントのパラメータ変動に対して、コントローラが閉ループ系をロバスト安定化することが制約条件となる。このロバスト安定性の判別には Kharitonov の定理 [34], [35] を用いる。

さて上記 Minimax 最適化問題は、制御対象の変動パラメータ θ により最大化された評価関数を、コントローラのパラメータにより最小化する問題ととらえることができる。つまり、与えられた変動範囲内で最悪の制御性能を示す制御対象を特定し、これに対して評価関数値の上界とそれを与えるコントローラを導出する。よって、導出されたコントローラを用いている限り、与えられた変動範囲内の制御対象に対しては、閉ループ系の制御性能がこの上界値より悪くならないことを保証する。

5.3 Minimax 問題の解法

5.2 節でも述べたように、ロバストコントローラの設計問題は次のような Minimax 最適化問題として定式化される。

Design problem :

$$\begin{aligned} \min_q \max_{\theta \in \Theta} J(q, \theta) \\ \text{s.t. closed loop system is stable for } \forall \theta \in \Theta \end{aligned} \quad (5.6)$$

ここで評価関数 $J(q, \theta)$ はレギュレータ問題、サーボ問題のいずれの場合にも θ, q の非線形関数であり、また凸性が明白でないため、鞍点解が存在せず、 $\min \max J \neq \max \min J$ である。そこで、最適解の導出には遺伝的アルゴリズム (GA) [32], [33] に

よる数値的解法を用いる。GA は最適解の探索において、複数の探索点で同時に探索を進める集団探索法であるため、局所的最適解を避ける効果を有する。このため、非凸計画問題である式(5.6)の最適化に対して有効であると考えられる。

また、制約条件であるロバスト安定性の判定には 5.2 節で述べた Kharitonov の定理を用いる。なお、一般の制御対象では Kharitonov の定理の前提条件である、閉ループ系の特性方程式の各係数が独立に変動するという条件が実際には満たされないため、設計結果が多少保守的になることは避けられない。

5.3.1 アルゴリズム

以上のことから、設計アルゴリズムは次のように与えられる。なお、数値計算上の理由から、コントローラのパラメータ q の許容範囲を表す $Q = \{q \mid q_l \leq q \leq q_u\}$ に対して、これを離散近似した $Q_d := \{q_i, i = 1, \dots, N\}$ を用いる。なお、離散近似の刻み幅は、制御装置の性能(つまり、どの程度細かな調節ができるか)によって、与えられるものとする。

設計アルゴリズム

Step 1: $i = 1$ とし、コントローラのパラメータ q_i の初期値をセットする。

Step 2: q_i の $\forall \theta \in \Theta$ に対する閉ループ系のロバスト安定性を Kharitonov の定理により判定する。

Step 3: 判定の結果、閉ループ系が安定であれば Step 4 に進む。もし不安定であれば、 $i := i + 1$ として Step 2 に戻る。ただし、 $i > N$ となれば終了する。

Step 4: GA により評価関数 $J(q_i, \theta)$ の最大値を求め、これを M_i とする。

$$M_i = \max_{\theta \in \Theta} J(q_i, \theta) \quad (5.7)$$

Step 5: $i := i + 1$ として Step 2 に戻る. ただし, $i > N$ であれば, Step 6 に進む.

Step 6: $M_i (i = 1, \dots, N)$ のうちの最小値 M_{io} を求める. このとき, M_{io} を与える q_{io} が求めるロバストコントローラのパラメータである.

Step 4 における GA の構成については次節で述べる. なお, 本アルゴリズムは 5.2 節で述べたように, 制御装置の調節可能範囲を表す Q があらかじめ与えられるという前提で成立する. 制御対象の特性が曖昧で制御装置の調節可能範囲を決められない場合など, Q を合理的に与えられない場合には, これらの範囲をあらかじめかなり大きめにとっておいて設計を行ない, 応答シミュレーションなどにより確認し, 満足できないものであれば, Q の範囲を拡張し, 拡張した範囲において再度設計を行ない, 確認するということを繰り返すことになる.

5.3.2 GA の構成

GA では最適化問題の解を個体に対応させ, その個体の集合を単位として解の探索を行なう. 各個体はそれぞれ環境に対する適応度が評価され, この値をもとに交叉, 突然変移, 淘汰などの様々な遺伝子操作を施し, 徐々に環境に対して適応度の高い個体からなる個体群を形成していく. Step 4 において用いる GA もこのような一般的な GA の手順に基づくもので以下の通りである.

GA のアルゴリズム

Step 1: 世代を $k = 0$ とし, 初期個体群 $\Gamma(0)$ を設定する.

Step 2: 個体群から選択した個体に対して, 一定の確率で交叉や突然変移の遺伝子操作を行ない, 新しい個体を生成して個体群 $\Gamma(k)$ に加える.

Step 3: 各個体の適応度を計算して, 適応度に依存した一定のルールで個体群の淘汰を行なう.

Step 4: 終了条件が満たされればそのときに得られている最良の個体を解とする. 終了条件が満たされていないならば $k = k + 1$ として, Step 2 に戻る.

さて, 最適化問題に用いられる GA の個体表現には, 表現が簡単で理論的解析が容易な 2 進コードが一般によく用いられている. しかし, 2 進コードによる個体表現を用いた場合, 探索空間内のハミングクリフの存在が効率的な解探索の妨げになることがある. ハミングクリフとは隣接する個体間のハミング距離が大きいことを意味し, ハミング距離が大きいほどある個体が一方の個体に変化するためには, 多くのビット変異を必要とする. 2 進コードを用いた場合, 一般にハミング距離に偏りが生じ, 探索空間内の個体の位置によって最適な個体に変異する容易さが異なる.

そこで, ここでは個体表現としてグレイコードを用いた. グレイコードは隣接するビット配列のハミング距離が常に 1 となるような個体表現であり, 上述の 2 進コードのハミングクリフの問題点を解消するものである.

また, 遺伝子操作としては, 一般的な一様交叉, ビット変異, ルーレット選択法を採用した. また, 世代 k の個体 X_j の適応度 Λ_j は次の 2 つのステップで計算する. まず, 評価関数により個体群全における個体 X_j の順位 Ω_j を決定する. 次に, 適応度 Λ_j を次式に従って決定する.

$$\Lambda_j = \Lambda_{\max} - \frac{\Lambda_{\max} - \Lambda_{\min}}{p - 1} \times (\Omega_j - 1) \quad (5.8)$$

ここで, Λ_{\max} , Λ_{\min} はそれぞれ, 適応度の最大値, 最小値, p は個体群の大きさを表す.

5.4 適用例

本節では, Minimax 最適化を用いたロバスト制御系の設計手法の有効性を確認するために一例として, Fig. 5.2 で表されるような I-PD 制御系を設計してみる [36] ~ [41]. I-PD や PID コントローラは, 構造が簡単で調整が比較的容易であるため単入

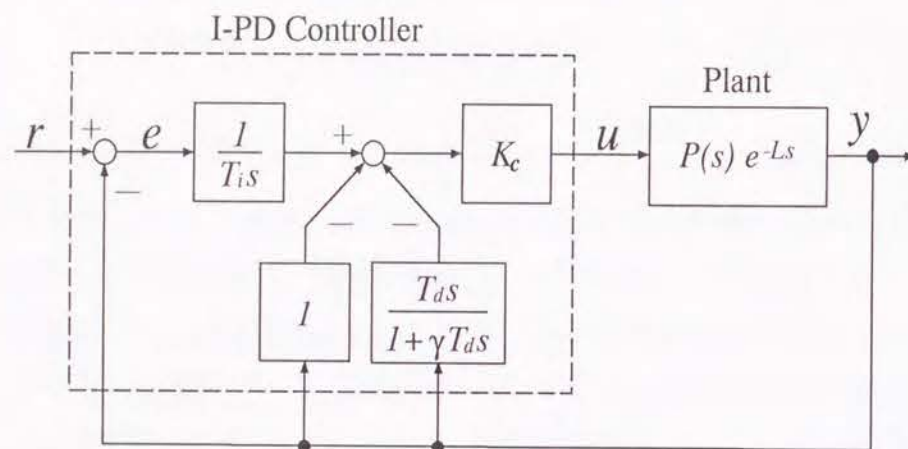


Fig. 5.2 Control system with I-PD controller

力単出力系の制御には広く用いられている。PID コントローラの調整則は、これまで様々な方法が開発されているが [42] ~ [44], ヒューリスティックなものがほとんどである。また、多くの調整則はノミナルモデルに対する応答特性を最適にするもので、ロバスト性は陽には検討されていない。このため、ノミナルモデルに対して十分にロバスト性を備えた I-PD 制御系を設計することは重要であるといえる。

制御対象はむだ時間 L をもつ線形時不変な 1 入力 1 出力系で、 $G(s) = P(s)e^{-Ls}$ で表されものとし、むだ時間に対しては 1 次または 2 次の Padé 近似を用いる。よって、制御対象は

$$G(s) \cong P(s) \frac{1 - \frac{Ls}{2}}{1 + \frac{Ls}{2}}, \quad G(s) \cong P(s) \frac{1 - \frac{Ls}{2} + \frac{L^2 s^2}{12}}{1 + \frac{Ls}{2} + \frac{L^2 s^2}{12}} \quad (5.9)$$

と表される。 $P(s)$ は有理伝達関数である。

文献 [36], [37] より、偏差の 2 乗積分を評価関数とした場合の I-PD 制御系の設計では、出力の時間応答のオーバーシュートが大きいことと操作量が振動的に変化することがわかっている。これらの特徴は実装を考えた場合大きな欠点となる。そこで、

オーバーシュートの抑制と操作量の振動抑制を考慮して、式 (5.4) で表されるサーボ系の場合の評価関数を用いることとする。式 (5.4) を再掲する。

$$J(q, \theta) = \int_0^\infty \{e^2(t) + \rho \dot{u}^2(t)\} dt \quad (5.4)$$

ここで便宜上、 $J(q, \theta)$ を次のように表す。

$$J(q, \theta) = J_1 + \rho J_2 \quad (5.10)$$

ただし、 J_1, J_2 は次式で与えられる。

$$J_1 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} e(s)e(-s)ds \quad (5.11)$$

$$J_2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \{su(s)\} \{-su(-s)\} ds \quad (5.12)$$

さて、式 (5.10) で表される評価関数の計算方法について述べる。Fig. 5.2 より、操作量 $u(s)$ は

$$u(s) = K_c \left[\frac{1}{T_i s} e(s) - \left(1 + \frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s} \right) y(s) \right] \quad (5.13)$$

となる。

また、Fig. 5.2 と式 (5.13) より、ステップ入力 $r(s) = 1/s$ を加えた場合の偏差 $e(s)$ は、

$$e(s) = \frac{\left[1 + K_c \left(1 + \frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s} \right) G(s) \right]}{1 + K_c \left[\frac{1}{T_i s} + \left(1 + \frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s} \right) \right] G(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (5.14)$$

となり、操作量の微分は

$$s \cdot u(s) = \frac{\frac{K_c}{T_i}}{1 + K_c \left[\frac{1}{T_i s} + \left(1 + \frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s} \right) \right] G(s)} \cdot \frac{1}{s} \quad (5.15)$$

で与えられる。

ここで、 $e(s)$ と $su(s)$ を

$$e(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad s \cdot u(s) = \frac{C(s)}{A(s)} \quad (5.16)$$

とせば、式(5.14), (5.15)より $\frac{B(s)}{A(s)}, \frac{C(s)}{A(s)}$ の相対次数は Padé 近似の次数にはよらず共に1となる。よって、評価関数である式(5.10)のそれぞれの被積分関数の相対次数は共に2となり、 $A(s)$ が安定であることから積分は収束する。これにより、評価関数が具体的に計算できることがわかる。

次に、 J の具体的な計算方法[45], [46]について述べる。

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n \quad (5.17)$$

とし、 $A(s) = 0$ の解は全て s 平面の左半面に位置するとする。また、

$$D(s) = B(s)B(-s) = d_0 s^{2n-2} + d_1 s^{2n-4} + \cdots + d_{n-1} \quad (5.18)$$

とおくと、次の公式が成立する。

$$I_n = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{D(s)}{A(s)A(-s)} ds = \frac{(-1)^{n-1} H'_n}{2a_0 H_n} \quad (5.19)$$

ここで、 H_n は $A(s)$ に関する次の Hurwitz 行列式、 H'_n は H_n の第1列を $D(s)$ の係数 d_0, d_1, \dots, d_{n-1} で置き換えてできる行列式である。

$$H_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots \\ 0 & a_0 & a_2 & \cdots \\ & & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ & & & & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix} \quad (5.20)$$

注意

例えば $n = 1 \sim 4$ の場合には I_n は次のように与えられる。

$$I_1 = \frac{d_0}{2a_0 a_1}, \quad I_2 = \frac{a_0 d_1 - d_0 a_2}{2a_0 a_1 a_2}$$

$$I_3 = \frac{a_3(a_0 d_1 - d_0 a_2) a_0 a_1 d_2}{2a_0 a_3(a_0 a_3 - a_1 a_2)}$$

$$I_4 = \frac{a_4[d_0(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3 d_1 + a_0 a_1 d_2]}{2a_0 a_4(a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)} + \frac{a_0 d_3(a_0 a_3 - a_1 a_2)}{2a_0 a_4(a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)}$$

なお、文献[45]には $n = 1 \sim 10$ までの結果が示されており、文献[46]には、 $A(s)$ の Routh 列を用いて漸化的に I_n を計算する方法が与えられている。□

以上のことを基に、次節以降に1次遅れ系+むだ時間モデル

$$G_1(s) = \frac{K_p}{1 + T_p s} e^{-Ls} \quad (5.21)$$

と2次遅れ系+むだ時間モデル

$$G_2(s) = \frac{K_p}{(1 + T_{p1}s)(1 + T_{p2}s)} e^{-Ls} \quad (5.22)$$

を具体的な制御対象として、ロバスト I-PD 制御系を設計した場合の数値結果を示す。

なお、ここで用いた GA の遺伝操作のためのパラメータは以下の通りである。

個体数： 50, 交叉率： 0.8, 変異率： 0.2

5.4.1 数値例 1

式 (5.21) の制御対象 $G_1(s)$ に対する結果を示す。まず、制御対象のパラメータの変動範囲が次のように与えられるとする。

$$\Theta = \left\{ \theta \mid \underbrace{\begin{bmatrix} 0.8 \\ 5.6 \end{bmatrix}}_{\theta_l} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} K_p \\ T_p \end{bmatrix}}_{\theta} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} 1.2 \\ 8.4 \end{bmatrix}}_{\theta_u} \right\} \quad (5.23)$$

以下では $L = 1.0$ とし、むだ時間には 2 次の Padé 近似を用いる。

また、I-PD コントローラのパラメータの調節可能範囲は

$$Q = \left\{ q \mid \underbrace{\begin{bmatrix} 0.10 \\ 1.00 \\ 0.00 \end{bmatrix}}_{q_l} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} K_c \\ T_i \\ T_d \end{bmatrix}}_q \leq \underbrace{\begin{bmatrix} 15.90 \\ 100.00 \\ 100.00 \end{bmatrix}}_{q_u} \right\} \quad (5.24)$$

と与えられるとする。ただし、近似微分器のパラメータは $\gamma = 0.1$ と仮定する。

一般化 ISE の重みを $\rho = 0.1$ および 0.5 とした場合の設計結果を Table 5.1 に示す。この場合の計算量は、GA の世代数でおよそ 300 ~ 500 であった。このときのステッ

Table 5.1 Minimax solutions for $G_1(s)$

ρ	K_c	T_i	T_d	K_p	T_p	J
0.1	6.66	3.05	0.41	0.80	8.40	3.6376875
0.5	4.35	3.85	0.42	0.80	8.40	4.9663982

プ入力に対する閉ループ系の出力 y と操作量 u の時間応答を Fig. 5.3, Fig. 5.4 に示す。この応答シミュレーションはむだ時間に 8 次の Padé 近似を用いた連続時間シミュレーションである。図中の破線は、一般化 ISE の値を最大にするプラントパラメータの組合せに対して、得られた I-PD コントローラを用いた場合の応答を示している。また、点線は評価関数を最大にするプラントパラメータに対する応答、実線はプラントパラ

メータの変動の中間値に対する応答を示している。制御対象のパラメータ変動に対して応答波形の変動が少なく、制御系がロバスト性を保有していることがわかる。もちろん、 ρ の値を調整することで、閉ループ系の応答をある程度自由に調節できることがわかる。

Table 5.2 Minimum and maximum values of J for $G_1(s)$

ρ	K_c	T_i	T_d	K_p	T_p	J
0.0	10.43	1.58	0.46	1.00	7.00	1.8579876
(nominal)				1.20	5.60	—
0.1	6.66	3.05	0.41	0.80	8.40	3.6376875
				1.20	5.60	3.3337037
0.5	4.35	3.85	0.42	0.80	8.40	4.9663982
				1.20	5.60	3.8763433

upper : Maximum value, — : unstable

lower : Minimum value

Table 5.2 には、得られたロバスト I-PD コントローラを用いた場合の制御対象のパラメータ変動に対する評価関数の最大値と最小値を示す。なお、比較のためにノミナルコントローラを用いた場合の設計結果も併せて示している。ノミナルコントローラとは制御対象のパラメータ変動を想定せず、 θ の中間値 $\theta = [1.0 \ 7.0]^T$ を用いて通常の ISE ($\rho = 0$) を最小化することで得られる I-PD コントローラである。また、Table 5.3 には各コントローラのゲイン余有 GM と位相余有 PM を示す。

Table 5.2 からノミナルコントローラは制御対象のパラメータ変動に対して閉ループ系をロバスト安定化できないことがわかる。これは Table 5.3 のゲイン余有の値が小さいことから理解できる。これに対し、提案手法によるロバスト I-PD コントロー

Table 5.3 Gain margins and phase margins for $G_1(s)$

controller	GM (dB)	PM (deg)
nominal ($\rho = 0.0$)	1.439	45.92
minimax ($\rho = 0.1$)	5.253	67.64
minimax ($\rho = 0.5$)	8.721	84.02

ラは、非常に良いロバスト性能を保有していることが、一般化ISE, ゲイン余有, 位相余有の数値からもわかる。

5.4.2 数値例 2

式 (5.22) の $G_2(s)$ に対する設計結果を示す。まず、制御対象のパラメータの変動範囲は

$$\Theta = \left\{ \theta \mid \underbrace{\begin{bmatrix} 0.80 \\ 4.57 \\ 1.16 \end{bmatrix}}_{\theta_l} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} K_p \\ T_{p1} \\ T_{p2} \end{bmatrix}}_{\theta} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} 1.20 \\ 6.85 \\ 1.74 \end{bmatrix}}_{\theta_u} \right\} \quad (5.25)$$

で与えられるとする。なお、このモデルの場合には $L = 0.5$ であり、むだ時間には1次の Padé 近似を用いる。また、コントローラの調節可能範囲は前節と同じく

$$Q = \left\{ q \mid \underbrace{\begin{bmatrix} 0.10 \\ 1.00 \\ 0.00 \end{bmatrix}}_{q_l} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} K_c \\ T_i \\ T_d \end{bmatrix}}_q \leq \underbrace{\begin{bmatrix} 15.90 \\ 100.00 \\ 100.00 \end{bmatrix}}_{q_u} \right\} \quad (5.26)$$

で与えられるとし、 $\gamma = 0.1$ とおいた。

$G_2(s)$ に対する設計結果を Table 5.4 に示す。この場合の計算量は、GA の世代数でおよそ 500 ~ 800 であった。

Table 5.4 Minimax solutions for $G_2(s)$

ρ	K_c	T_i	T_d	K_p	T_{p1}	T_{p2}	J
0.1	8.30	3.50	1.10	0.80	6.85	1.74	4.1340587
0.5	5.20	4.40	1.20	0.80	6.85	1.74	5.4840365

Table 5.5 Minimum and maximum values of J for $G_2(s)$

ρ	K_c	T_i	T_d	K_p	T_{p1}	T_{p2}	J
0.0 (nominal)	15.90	1.28	1.02	1.00	5.71	1.45	1.7798653
				1.20	4.57	1.16	—
0.1	8.30	3.50	1.10	0.80	6.85	1.74	4.1340587
				1.20	4.57	1.16	3.3795885
0.5	5.20	4.40	1.20	0.80	6.85	1.74	5.4840365
				1.20	4.57	1.16	4.2071175

upper : Maximum value, — : unstable

lower : Minimum value

Table 5.5 は前節同様、評価関数の最大値と最小値および、 $\theta = [1.0 \ 5.71 \ 1.45]^T$ に対するノミナルコントローラを用いた場合の評価関数の値を示している。

また、出力 y と操作量 u のステップ応答を Fig. 5.5, Fig. 5.6 に示す。これらの図においても、破線は、評価関数の値を最大にするプラントパラメータに対する応答、点線はこれを最大にするプラントパラメータに対する応答、そして実線はプラントパラメータの変動の中間値に対する応答を示している。この場合にも制御系の応答はロバスト性を有し、出力に対するオーバーシュートおよび操作量の振動的挙動も抑えられており良い応答を示している。

Table 5.6にゲイン余有 GM, 位相余有 PM を示す. $G_1(s)$ の場合同様, ノミナルコントローラは制御対象のパラメータ変動に対して閉ループ系のロバスト安定性を保証できていない.

Table 5.6 Gain margins and phase margins for $G_2(s)$

controller	GM (dB)	PM (deg)
nominal ($\rho = 0.0$)	3.223	42.18
minimax ($\rho = 0.1$)	7.409	62.51
minimax ($\rho = 0.5$)	10.41	81.41

5.5 おわりに

本章では, Minimax 最適化を用いたロバストコントローラの設計法について考察した. まず, プラントとコントローラが共に有理伝達関数で表される時には, H_2 ノルム評価関数がプラントのパラメータとコントローラのパラメータの有理関数として表されることを用いて, ロバストコントローラの設計問題を Minimax 最適化問題として定式化した. また, ロバスト安定性の判定に Kharitonov の定理を用い, 数値的最適化には遺伝的アルゴリズムを用いる設計アルゴリズムを提案した.

設計アルゴリズムの有効性を確認するため, 低次プラントに対するロバスト I-PD コントローラの設計を行ない, 数値例によりその有効性と共に次の特徴をもつことを検証した.

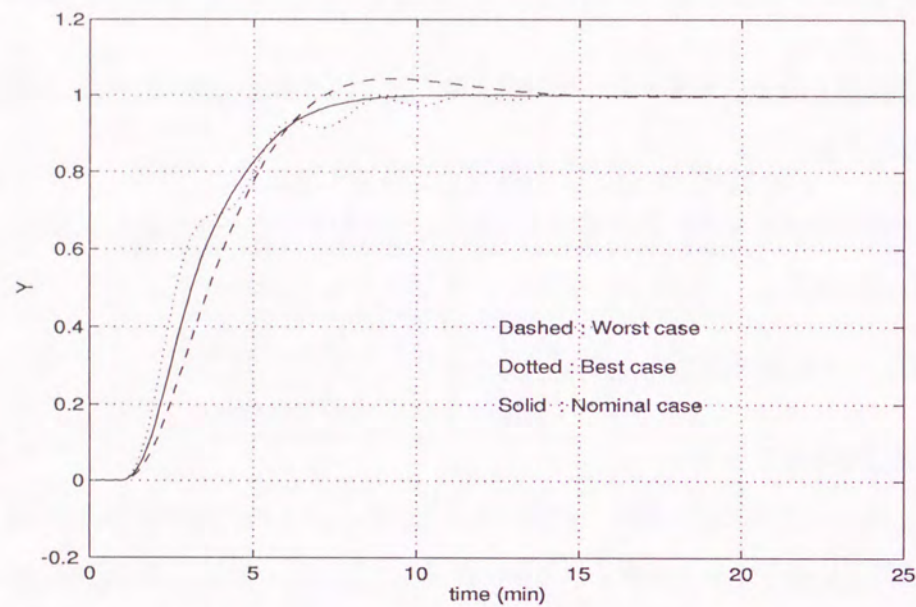
- ・与えられた制御対象のパラメータ変動に対してロバスト安定性とロバスト性能を保証する.
- ・一般化 ISE に含まれる設計パラメータ ρ を調整することで, 閉ループ系の過渡応答を柔軟に調節することができる.

なお, 本章で示した式 (5.21), (5.22) の伝達関数の例においては, ノミナル値に依存せず,

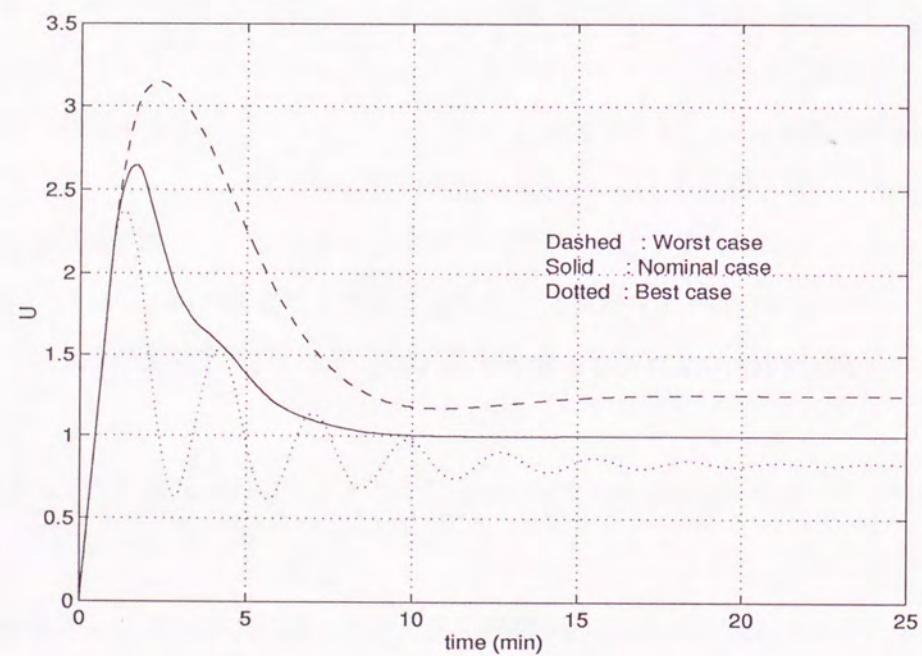
- (1) 評価関数を最大にする θ は Θ の境界上で, ゲインが小さく遅れの大きい境界点に存在する.
- (2) 逆に評価関数を最小にする θ は Θ の境界上で, ゲインが大きく遅れの小さい境界点に存在する.
- (3) 上記 (1), (2) は評価関数の重み ρ によらない.

という共通な特性をもつ.

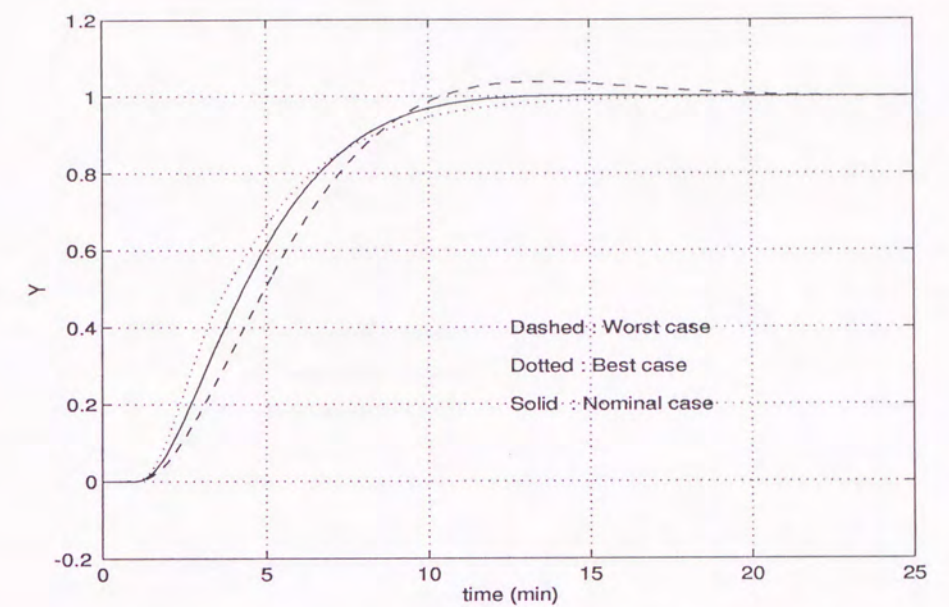
さらに, 多くの数値計算に基づく経験によると, 式 (5.10) の評価関数を最大にする θ は Θ の境界上に存在すると予想されるが, 式 (5.21), (5.22) の伝達関数に限ってもその完全な証明は出来ていない. もし, このことが証明できれば, 設計アルゴリズムの Step 4, 5 の探索は大幅に短縮される.



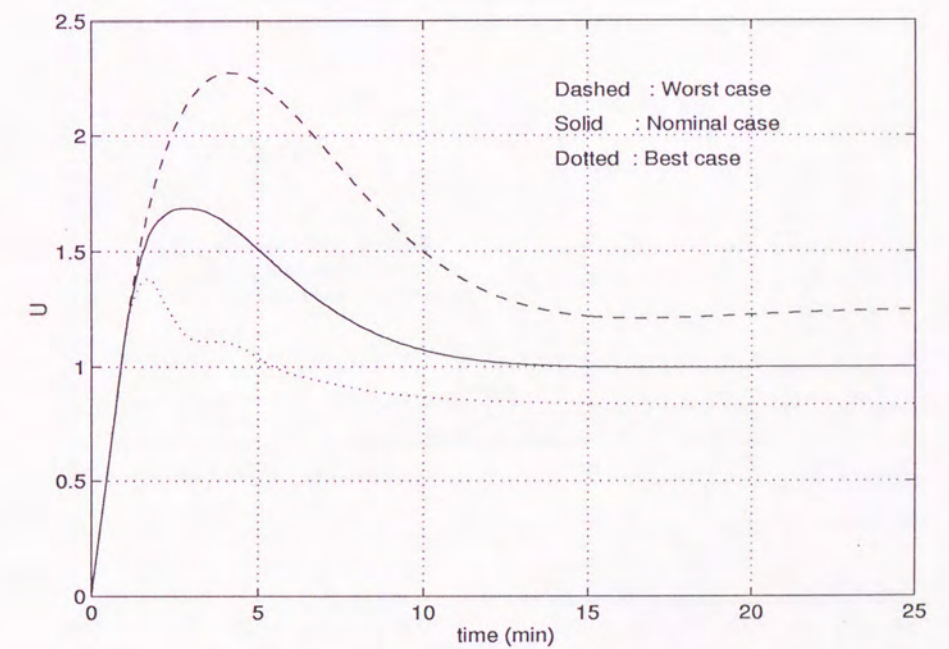
(a) Controlled variable



(b) Manipulated variable

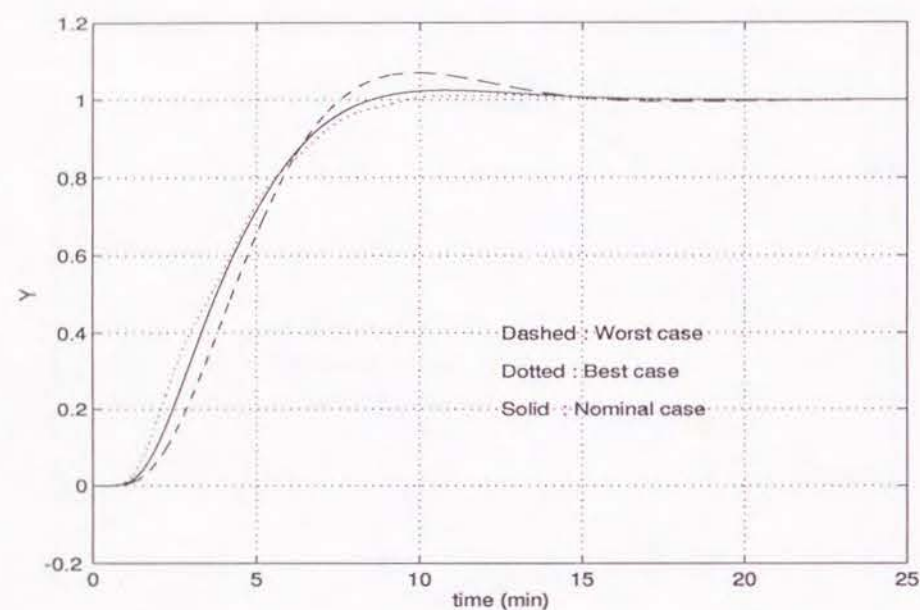
Fig. 5.3 Step responses of closed-loop system for $G_1(s)$ ($\rho = 0.1$)

(a) Controlled variable

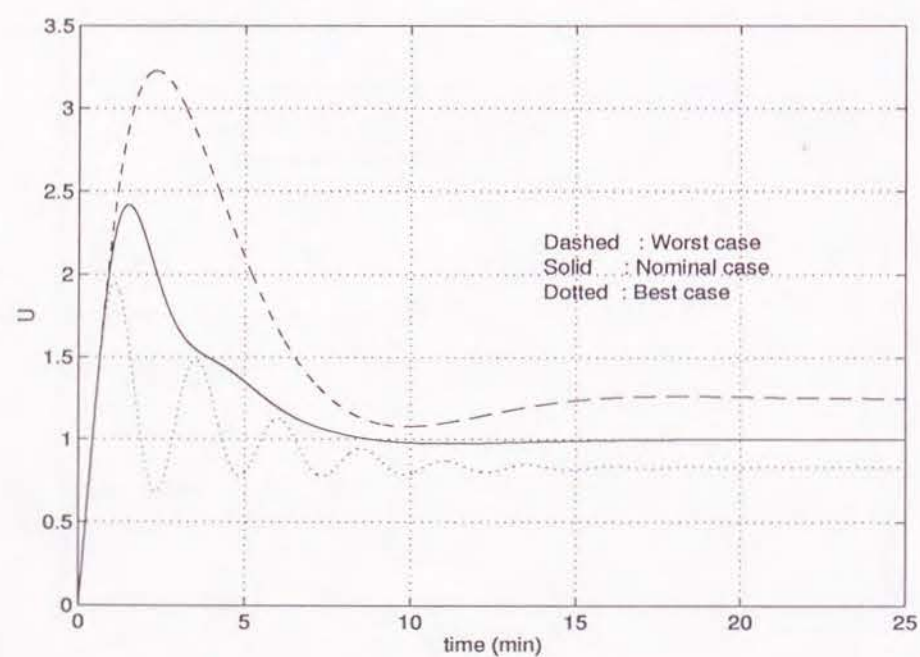


(b) Manipulated variable

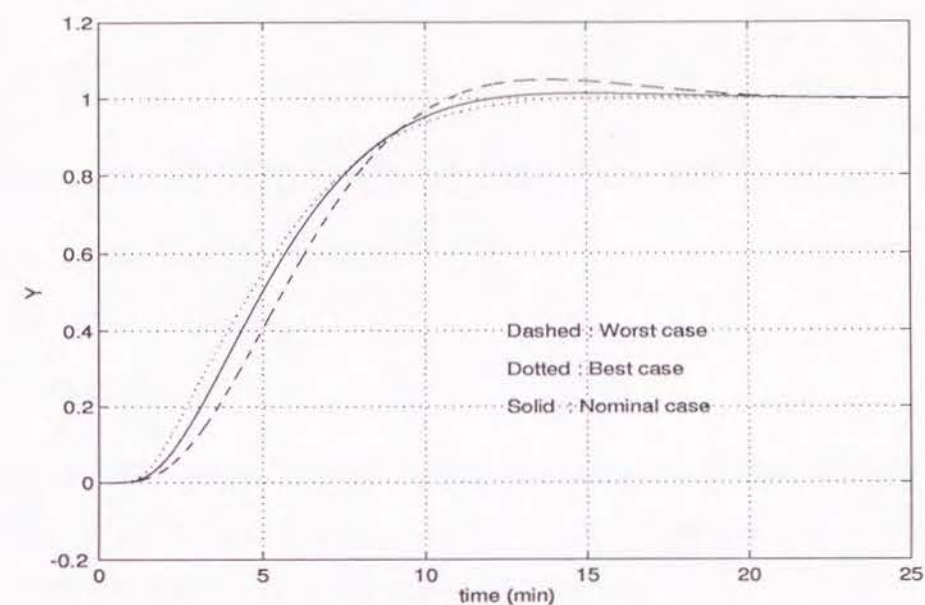
Fig. 5.4 Step responses of closed-loop system for $G_1(s)$ ($\rho = 0.5$)



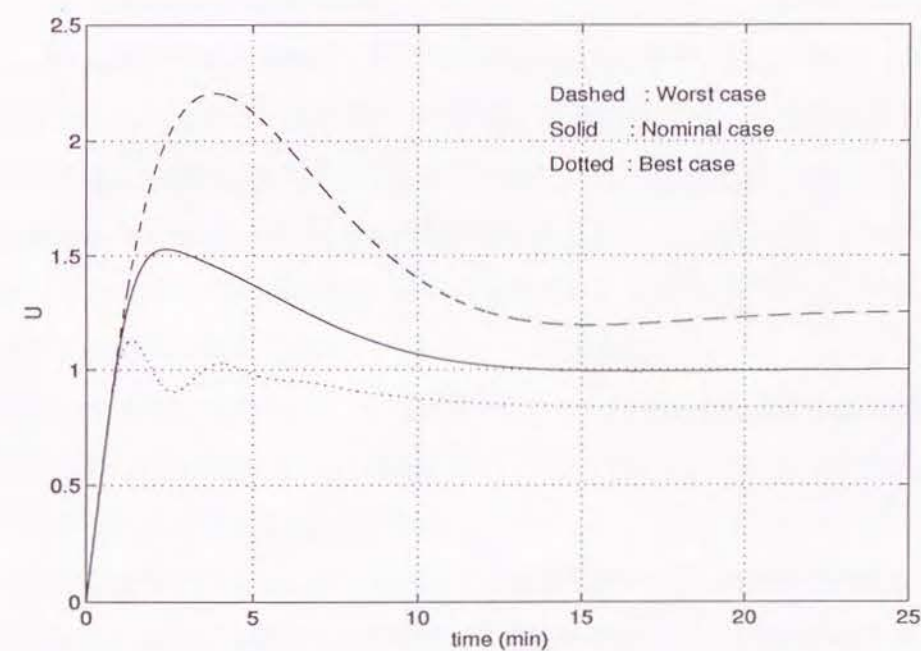
(a) Controlled variable



(b) Manipulated variable

Fig. 5.5 Step responses of closed-loop system for $G_2(s)$ ($\rho = 0.1$)

(a) Controlled variable



(b) Manipulated variable

Fig. 5.6 Step responses of closed-loop system for $G_2(s)$ ($\rho = 0.5$)

第6章

Minimax 最適化を用いたロバスト 4WS システムの設計

6.1 はじめに

第2章から第4章までに述べてきた通り、年々自動車の運動性能や乗り心地性に対する要求が厳しくなっており、これに対して自動車の運動制御が盛んに研究され、また一部実用化されている [1], [5], [13] ~ [15], [47], [48].

従来の前輪のみの操舵では、旋回運動時には車両の向きと旋回円の接線方向が一致せず、その角度 (重心点横滑り角) は車速によっても変化する。これは低速時には、車両の向きは旋回方向の外側を向き、いわゆる内輪差を生じさせる。逆に、高速時には内側を向き、俗にいう“尻ながれ”と呼ばれる現象が生じる。この現象は車両の操縦安定性と乗り心地性に悪影響を与えることがわかっている [1], [5], [48]. そこで、従来の前輪操舵の自動車に新たに後輪操舵を行なうことで、安定性や乗りを改善させることができると考えられており、このようなシステムを 4WS システムと呼ぶことはこれまでも述べた通りである [1], [5], [13] ~ [17], [47], [48].

これまでも述べたように、4WS システムなどの車両操舵系の旋回運動制御においては、横風や路面状態といった環境変化や、タイヤ特性の変化による影響が大きく、これらを考慮した制御を考える必要がある。タイヤ特性のうち旋回運動にもっとも大きな影響を与えるのはコーナリングパワーであり、タイヤの接地荷重や内圧の変化および路面状況の変化によるタイヤと路面との摩擦係数の変化による変動が大きく、不確かさをもつ変動パラメータである。このため、このコーナリングパワーの変動に対

してロバストな4WS システムを設計することが重要である。

4WS システムの設計法としてはこれまで様々なもの [1], [5], [13] ~ [16], [47], [48] が提案されており, また, 実用化も進んでいる. 例えば見並, 小野ら [13], [15] は4WS にロバスト性を持たせた設計法を提案している. しかし, コーナリングパワーの不確かさをノルム有界型で記述したものがほとんどであり, パラメトリックにとらえて設計したものはあまりない. コーナリングパワーはタイヤ特性に起因する物理パラメータであり, ノルム有界型でその不確かさを記述すると変動範囲の外側からの近似となり, 保守的な設計結果を導くと予想される.

そこで, 本章ではこのコーナリングパワーの変動を, 与えられた上下限をもつパラメトリックな変動ととらえ, これに対し, 前章で述べたロバスト Minimax 設計法 [36], [38], [49] を適用する. ロバスト Minimax 設計法は, 対象プラントの変動パラメータにより最大化された評価関数を, コントローラが最小化する Minimax 最適化問題として定式化して解くもので, パラメトリックな変動パラメータに対してロバスト性能を与えるのに有効な設計法である. 前章では, パラメトリックな変動を持つプラントに対するロバストコントローラの設計法として一般的に述べたが, 本章ではこれを本論文を通じての制御対象である4WS システムに適用する. なお, 本章で提案する4WS システムは, 観測出力をヨー角速度 (ω) のみとした出力フィードバック構成である. これは, 第4章で述べた2次安定化制御による4WS システムでは状態フィードバックを用いたためヨー角速度 (ω) に加えて, 実際には検出の難しい重心点横すべり角 (β) も観測しなければならなかった問題を解消するものである.

6.2 車両の運動モデル

旋回運動時の4WS モデルは Fig. 2.1 のようになるが, ここでも Fig. 2.2 に示したような左右2輪を車体センターにまとめた近似的2輪車モデルとして考えることにする. また, 各記号の意味も Table 2.1 に示したとおりであり, 車両の運動方程式も式 (2.1)~(2.3) で示した通りである. ここでは, 入出力関係を明確にするため, 式 (2.4)

を伝達関数行列 $H(s)$ をもちいて

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ \omega(s) \end{bmatrix} = H(s) \begin{bmatrix} \delta_1(s) \\ \delta_2(s) \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{A_{10}s + A_{11}}{s^2 + A_{01}s + A_{02}} & \frac{A_{20}s + A_{21}}{s^2 + A_{01}s + A_{02}} \\ \frac{A_{30}s + A_{31}}{s^2 + A_{01}s + A_{02}} & \frac{A_{40}s + A_{41}}{s^2 + A_{01}s + A_{02}} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

と表す. また, $H(s)$ の各パラメータは以下の通りである.

$$\begin{aligned} A_{01} &= -(a_{00} + a_{11}) & A_{02} &= a_{00}a_{11} - a_{01}a_{10} \\ A_{10} &= b_{00} & A_{11} &= -a_{11}b_{00} + a_{01}b_{10} \\ A_{20} &= b_{01} & A_{21} &= -a_{11}b_{01} + a_{01}b_{11} \\ A_{30} &= b_{10} & A_{31} &= -a_{00}b_{10} + a_{10}b_{00} \\ A_{40} &= b_{11} & A_{41} &= -a_{00}b_{11} + a_{10}b_{01} \\ a_{00} &= -(k_1 + k_2)/mV & b_{00} &= k_1/mV \\ a_{01} &= -1 + (-k_1l_1 + k_2l_2)/mV^2 & b_{01} &= k_2/mV \\ a_{10} &= (-k_1l_1 + k_2l_2)/I & b_{10} &= k_1l_1/I \\ a_{11} &= (-k_1l_1^2 - k_2l_2^2)/IV & b_{11} &= -k_2l_2/I \end{aligned}$$

6.3 4WS システムの設計

6.3.1 4WS システムの構成

式 (6.1) のシステムを基に, フィードバック制御を含む4WS システムの構成を考える.

まず, 実装を考えると前輪操舵角は操縦者による直接の入力ととらえ, 後輪操舵角のみをコントロールする構成とするほうが望ましいと考えられる. これにより, フィードバック制御による後輪操舵がドライバーの前輪操舵入力を補助し, 緊急時などドラ

イパーが必ずしも的確でない操作を行なった場合も想定した設計に対処することも可能となる。

また、状態変数のうち横すべり角 (β) の検出は困難なため、ヨー角速度 (ω) の信号のみをフィードバックする構成とする。ヨー角速度 (ω) は、ジャイロ等を用いれば、検出が可能である。

以上の議論より、4WS システムの構成は Fig. 6.1 のようになる。なお、 $G(s)$ はド

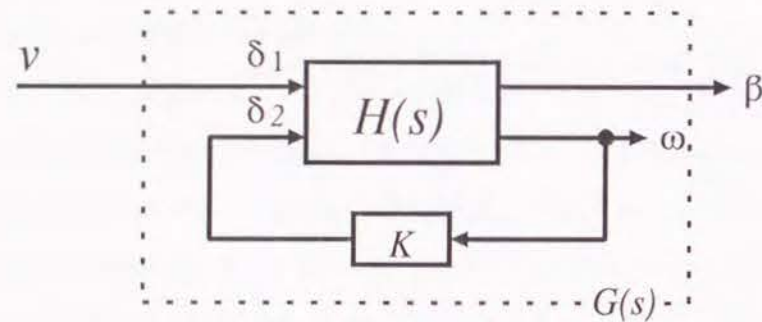


Fig. 6.1 Block diagram of 4WS system

ライバーが操作する前輪舵角入力 ($\delta_1 = v$) から重心点横すべり角出力 (β) までの伝達関数であり、 K はフィードバックゲインである。関係式

$$\delta_2 = K\omega \quad (6.3)$$

と、式 (6.2), (6.3) より

$$\beta(s) = G(s) \cdot \delta_1(s) \quad (6.4)$$

$$G(s) = \frac{B_{10}s^3 + B_{11}s^2 + B_{12}s + B_{13}}{B_{00}s^4 + B_{01}s^3 + B_{02}s^2 + B_{03}s + B_{04}} \quad (6.5)$$

となる。ただし、 $G(s)$ の各係数パラメータは以下の通りである。

$$B_{00} = 1.0$$

$$B_{01} = 2A_{01} - KA_{40}$$

$$B_{02} = A_{01}^2 + 2A_{02} - K(A_{01}A_{40} + A_{41})$$

$$B_{03} = 2A_{01}A_{02} - K(A_{02}A_{40} + A_{01}A_{41})$$

$$B_{04} = A_{02}^2 - KA_{02}A_{41}$$

$$B_{10} = A_{10}$$

$$B_{11} = A_{01}A_{10} + A_{11} - K(A_{10}A_{40} - A_{20}A_{30})$$

$$B_{12} = A_{01}A_{11} + A_{02}A_{10} - K(A_{10}A_{41} + A_{11}A_{40} - A_{20}A_{31} - A_{21}A_{30})$$

$$B_{13} = A_{02}A_{11} - K(A_{11}A_{41} - A_{21}A_{31})$$

6.3.2 Minimax 最適化

4WS システムを構成する目的は、操縦安定性や乗り心地感の悪化を招く重心点横すべり角をあらゆる状況下で、できるだけ小さく抑えることである。第4章でも述べたように、危険回避など一種のパニック状態に陥ったドライバーがコーナリングパワーの変化に対し急激なハンドル操作をおこない、インパルス状の操作信号を与えたような時こそ、重心点横すべり角を最小化し、4WS システムとしての効果を発揮することが重要である。そこでこの点を考慮して、評価関数 J を

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} G(s)G(-s)ds \quad (6.6)$$

で定義する。これは H_2 ノルムによる規範であり、 δ_1 としてインパルス信号が入力された場合の $G(s)$ の応答を評価するものである。また、式 (6.5) から明らかなように $G(s)$ は厳密にプロパーであり、虚軸上には極を持たないため、 J は有限の値を持つ。

一方、車両に旋回運動を生じさせる力は、タイヤに働くコーナリングフォースであり、Fig. 2.2 に示した近似的2輪車モデルはコーナリングフォースに関するモデル化誤差を含んでいること、および式 (2.2) よりコーナリングフォースに関するモデル化

誤差をコーナリングパワー (k_1, k_2) の変動ととらえることができることは、4.2 節でも述べた通りである。また、コーナリングパワーが、もともと路面状況の変化やタイヤの経年変化の影響が大きく、変動パラメータとして取り扱う必要があることもこれまで述べた通りである。よって、本章ではロバスト4WS システムの設計問題を、コーナリングパワー k_1, k_2 が評価関数 J を最大化しようとするのに対し、コントローラが最小に抑えようとする次の Minimax 最適化問題として定式化する。

Minimax optimization problem

$$\begin{aligned} \min_K \max_{k_1, k_2 \in \Theta} J \quad (6.7) \\ \text{s.t. closed loop system is stable for } \forall (k_1, k_2) \in \Theta \end{aligned}$$

ただし、 k_1, k_2 の変動範囲はあらかじめ想定できるものとし、これを集合 Θ としている。

第5章の Minimax 最適化問題と同様に、本章での問題も評価関数 $J(K, (k_1, k_2))$ は (k_1, k_2) , K の非線形関数であり、またその凸性が明らかでないため、鞍点解が存在せず、 $\min \max J \neq \max \min J$ である。そこで、最適解の導出には第5章同様、遺伝的アルゴリズム (GA) [32], [33] による数値的解法を用いる。

また、制約条件であるロバスト安定性の判定には、非線形性により生じる保守性を多少とも緩和するため Kharitonov 定理の拡張である写像定理 [50], [51] を用いる。

以上より、設計アルゴリズムは以下のように与えられる。なお、コントローラ (K) の値にはあらかじめその性能範囲が離散的に与えられるものとし、これを $S = K_i, i = 1, \dots, N$ とおく。

設計アルゴリズム

Step 1: $i = 1$ として、コントローラに初期値 (K_1) をセットする。

Step 2: $\forall (k_1, k_2) \in \Theta$ に対する閉ループ系のロバスト安定性を写像定理により判定する。

Step 3: 判定の結果、閉ループ系が安定であれば Step 4 に進む。もし不安定であれば、 $i := i + 1$ として Step 2 に戻る。ただし、 $i > N$ となれば終了する。

Step 4: GA により評価関数 $J(K_i, (k_1, k_2))$ の最大値を求め、これを M_i とする。

$$M_i = \max_{(k_1, k_2) \in \Theta} J(K_i, (k_1, k_2)) \quad (6.8)$$

Step 5: $i := i + 1$ として Step 2 に戻る。ただし、 $i > N$ であれば、Step 6 に進む。

Step 6: $M_i (i = 1, \dots, N)$ のうちの最小値 M_{io} を求める。このとき、 M_{io} を与える K_i が求めるロバストコントローラである。

6.3.3 評価関数の計算法

前節により Fig. 6.1 で示される構成の 4WS システムのコーナリングパワー変動に対するロバスト設計問題が、Minimax 最適化問題に定式化されることがわかった。この最適化問題を解くためには、評価関数 J の計算が必要になるがその方法は第5章5.4 節の注意2、注意3で述べた方法 [45], [46] が適用可能である。これをもう一度簡単に述べておく。

まず、

$$I_n = J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{B_n(s)B_n(-s)}{A_n(s)A_n(-s)} ds \quad (6.9)$$

とおく。ただし、

$$\begin{aligned} A_n(s) &= a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n \\ B_n(s) &= b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \cdots + b_n \end{aligned} \quad (6.10)$$

である。また,

$$D_n(s) = B_n(s)B_n(-s) = d_0 s^{2n-2} + d_1 s^{2n-4} + \cdots + d_{n-1} \quad (6.11)$$

とすると, $G(s)$ の次数と同じ $J = I_4$ の場合には

$$I_4 = \frac{a_4[d_0(a_2a_3 - a_1a_4) - a_0a_3d_1 + a_0a_1d_2] + a_0d_3(a_0a_3 - a_1a_2)}{2a_0a_4(a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3)} \quad (6.12)$$

となる。

6.3.4 安定限界

式(6.5)によって与えられる δ_1 から β までの伝達関数 $G(s)$ の安定性を解析的に調べる。これには, 第2章で述べたステア特性の指標である $S.M.$ を用いる。 $S.M.$ を再掲する。

$$[S.M.] = \frac{k_2 l_2 - k_1 l_1}{(k_1 + k_2)(l_1 + l_2)} \quad (2.9)$$

さて, $G(s)$ の安定性であるがこれは, $G(s)$ の分母多項式に対してフルビッツの安定判別法を用いて分母多項式の各係数とフルビッツ行列式を調べると, 上述の $S.M.$ を使って, 以下のようにまとめられる。

1. B_{00} について

$$B_{00} = 1 > 0$$

2. B_{01} について

$$K > -\frac{(k_1 + k_2)I}{k_2 l_2 m V} \text{ の場合, } B_{01} > 0$$

3. B_{02} について

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. > 0 \text{ の場合, } B_{02} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V < V_{max} \text{ の場合, } B_{02} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V > V_{max} \text{ の場合, } B_{02} < 0 \text{ となることがある.}$$

$$K < 0 \text{ の場合 } B_{02} < 0 \text{ となることがある.}$$

4. B_{03} について

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. > 0 \text{ の場合, } B_{03} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V < V_{max} \text{ の場合, } B_{03} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V > V_{max} \text{ の場合, } B_{03} < 0 \text{ となることがある.}$$

$$K < 0 \text{ の場合 } B_{03} < 0 \text{ となることがある.}$$

5. B_{04} について

$$K = 0 \text{ の場合, } B_{04} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. > 0 \text{ の場合, } B_{04} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V < V_{max} \text{ の場合, } B_{04} > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V > V_{max} \text{ の場合, } B_{04} < 0 \text{ となることがある.}$$

$$K < 0 \text{ の場合, } B_{04} < 0 \text{ となることがある.}$$

6. H_3 (フルビッツ行列式) について

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. > 0 \text{ の場合, } H_3 > 0$$

$$K > 0 \text{ かつ } S.M. < 0 \text{ かつ } V < V_{max} \text{ の場合, } H_3 > 0$$

ここで,

$$V_{max} = \sqrt{\frac{k_1 k_2 (l_1 + l_2)^2}{m(k_1 l_1 - k_2 l_2)}} \quad (6.13)$$

であり, また

$$H_3 = \begin{vmatrix} B_{01} & B_{03} & 0 \\ B_{00} & B_{02} & B_{04} \\ 0 & B_{01} & B_{03} \end{vmatrix} \quad (6.14)$$

である.

以上により, $G(s)$ の安定性に関して次のことがわかる.

1. コントローラ $K > 0$, かつ, アンダーステア ($S.M. > 0$) であれば, 常に安定である.
2. オーバーステア ($S.M. < 0$) の時は安定限界速度 V_{max} が存在し, $V > V_{max}$ で不安定になる.
3. オーバーステアで安定限界速度を越えた場合などの不安定な状態の制御対象を安定化することはこの構成では不可能である.

6.4 設計結果

本節では, 2つの数値例を示す. なお, 本章で用いる評価関数は, 第5章で用いた評価関数同様, H_2 ノルム規範であるので, Minimax 最適化問題を解く際の GA の構成, およびパラメータ設定などは第5章で用いたものと同じものを用いる.

6.4.1 数値例 1

Table 6.1に示す値を基準値とする自動車を想定し, 設計を行なった.

なお, コーナリングパワーの変動として, Table 6.1に示した k_1, k_2 の基準値に対して次式に示すように $\pm 50\%$ の変動を与えた.

$$\begin{pmatrix} 16000 \\ 22500 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 48000 \\ 67500 \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

Table 6.1 Values of parameters of a car (1)

M	1100	kg	I	1600	kg · m ²
k_1	32000	N/rad	l_1	1.15	m
k_2	45000	N/rad	l_2	1.35	m

この場合, ステア特性はアンダーステアにもオーバーステアにも変化する. よって, オーバーステア状態になった時の安定限界速度 V_{max} が存在し, これは, $V_{max} = 56.59 \text{ km/h}$ であった. ただし, この値は与えられた範囲 ($\pm 50\%$) のコーナリングパワーの変動全てに対して閉ループ系のロバスト安定を保証するもののなかで, もっとも悪い値を表す. よって, 実際にはこの安定限界速度以下にはならないことを保証するものである.

このときの設計結果を Table 6.2に示す. また比較のため, k_1, k_2 に式 (6.15) で示した変動がないものとして Table 6.1の基準値に固定した場合の結果を Nominal 解として Table 6.3に示す. J_{min}, J_{max} はそれぞれ, 得られたコントローラ ($K_{minimax}, K_{nominal}$) を用いて k_1, k_2 を変動させた場合の評価関数の値の最小値, 最大値である.

Table 6.2 Minimax solutions

$V (\text{km/h})$	$K_{minimax}$	J_{min}	J_{max}
30.00	0.0148	0.040692	0.485601
40.00	0.0808	0.053550	0.534459
50.00	0.1444	0.084900	0.646429
56.59	0.1843	0.146832	0.870089

また, この結果を用いて前輪操舵角 δ_1 にインパルス入力を加えた場合の重心点横すべり角 (β) の時間応答のシミュレーションを行なった. $V = 30, 40, 56.59 \text{ km/h}$ の場合の結果を Fig. 6.2, Fig. 6.3に示す. Fig. 6.2が Minimax コントローラを用いた場合,

Table 6.3 Nominal solutions

$V(km/h)$	$K_{nominal}$	J_{min}	J_{max}
30.00	-0.04868	0.037494	1.138978
40.00	0.02072	0.048679	1.145940
50.00	0.07462	0.074587	1.350004
56.59	0.10562	0.116677	1.560389

Fig. 6.3がNominal コントローラを用いた場合の結果である。それぞれ、鎖線が基準値の場合の応答、一点鎖線がMinimax コントローラにおいて J が最小になる k_1, k_2 の値を用いた場合の応答、点線が J が最大になる k_1, k_2 の値を用いた場合の応答である。

これより、各速度においてMinimax コントローラは k_1, k_2 の変動に対して重心点横すべり角の挙動変化が小さく、ロバスト性を保持していることがわかる。一方、Nominal コントローラの場合には、 k_1, k_2 が基準値の場合にはMinimax コントローラより良い応答を示しているが、 k_1, k_2 が変動した場合には重心点横すべり角の挙動変化が激しいことがわかる。これは、車速が大きくなり安定限界速度に近づくほど顕著となっている。

6.4.2 数値例 2

基準パラメータをTable 6.4のように設定した場合の数値例を示す。この基準値で

Table 6.4 Values of parameters of a car (2)

M	1100	kg	I	1600	$kg \cdot m^2$
k_1	40000	N/rad	l_1	1.35	m
k_2	40000	N/rad	l_2	1.35	m

は、ステア特性がニュートラルステアになる。そこで、ステア特性がニュートラルステアから、安定限界速度を持ち不安定性の高いオーバーステアになるように k_2 にのみ次の変動がある場合を想定してみる。

$$26500 \leq k_2 \leq 40000 \quad (6.16)$$

この場合には、安定限界速度 V_{max} は70.67km/hとなった。この値も前節の数値例1の場合同様、もっとも悪い場合の V_{max} の値を表すものである。

設計結果をTable 6.5, Table 6.6に示す。

Table 6.5 Minimax solutions

$V(km/h)$	$K_{minimax}$	J_{min}	J_{max}
30.00	0.02242	0.115313	0.156116
40.00	0.09659	0.117781	0.158443
50.00	0.16350	0.163924	0.201485
60.00	0.22538	0.235230	0.267268
70.00	0.28397	0.350787	0.374477
70.67	0.28781	0.554586	0.567815

Minimax コントローラの場合、数値例1の場合と同様に各速度においてロバスト性を保持していることは、 J_{min}, J_{max} の値の比較からわかる。一方、Nominal コントローラの場合には、各速度で J_{min} の値は、Minimax コントローラの場合の J_{min} の値より小さくなっており、よい結果を示しているといえるが、 k_2 を変動させた場合に $V = 50km/h$ 以上では J_{max} の値が ∞ となり安定化できなかった。

Table 6.6 Nominal solutions

$V(km/h)$	$K_{nominal}$	J_{min}	J_{max}
30.00	-0.02935	0.112035	0.415989
40.00	0.04643	0.114396	0.416357
50.00	0.10706	0.158372	unstable
60.00	0.16008	0.225765	unstable
70.00	0.20873	0.333644	unstable
70.67	0.21188	0.518635	unstable

6.5 おわりに

本章では Minimax 最適化法を応用した4WS システムのロバスト設計について述べた。まず、4WS システムの構成として、前輪はドライバーが操舵するものと考え、検出が容易なヨー角速度のみをフィードバックして後輪舵角のみを制御する4WS システムとした。

次に、この構成において操縦安定性と乗り心地性の向上のため、重心点横すべり角を最小化することを目的として、コーナリングパワーに対してロバストな4WS システムの設計を数値例により示し、応答シミュレーションを行ない、提案手法の有効性を検証した。

なお、本章で提案した4WS システムは、観測出力をヨー角速度(ω)のみとした出力フィードバック構成である。第4章で提案した4WS システムは、状態フィードバックでありヨー角速度(ω)に加えて、検出の難しい重心点横すべり角(β)も観測しなければならなかった問題を解消するものである。

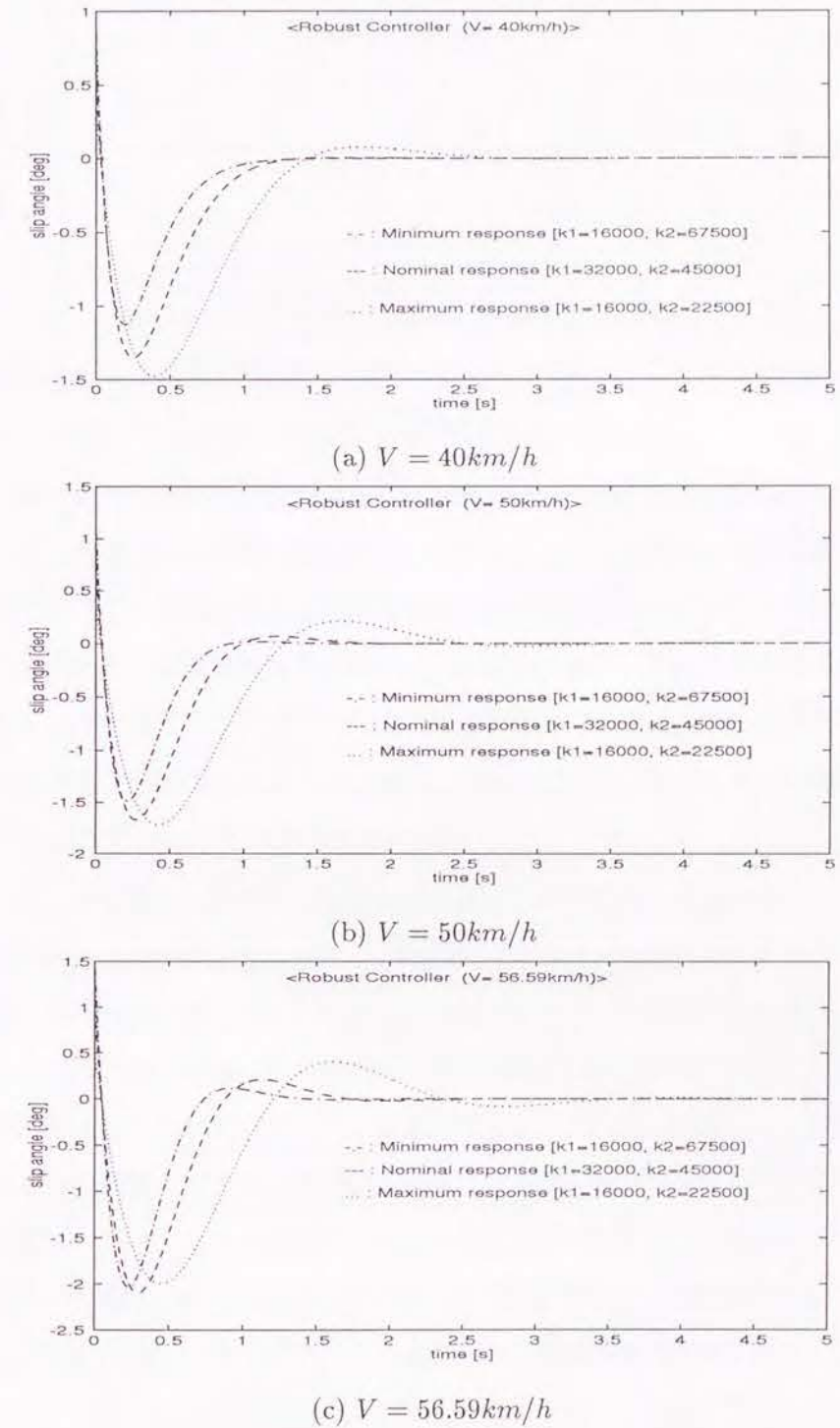


Fig. 6.2 Impulse responses (Minimax controller)

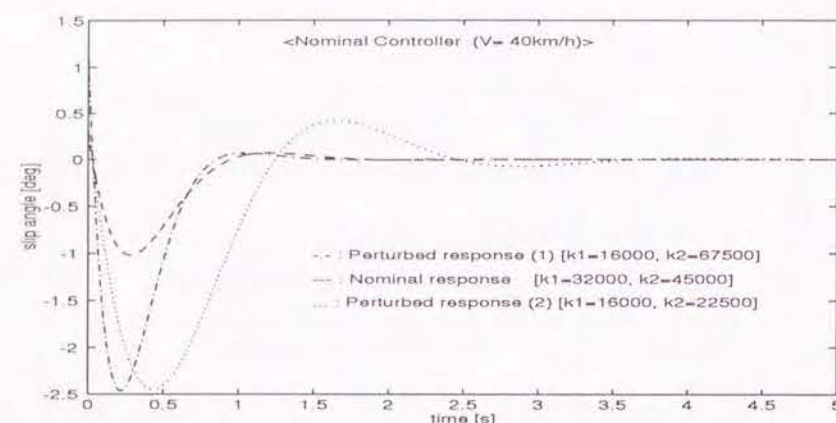
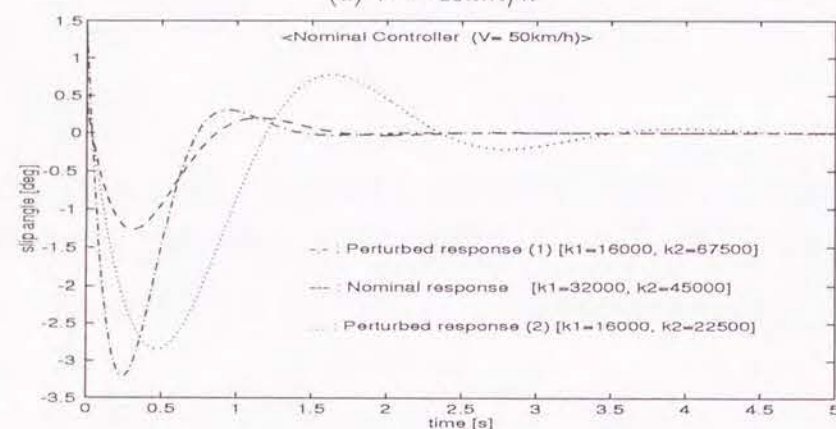
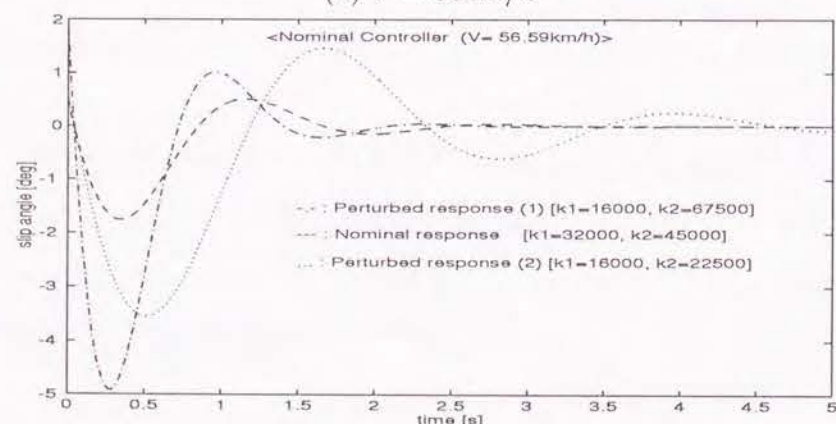
(a) $V = 40 \text{ km/h}$ (b) $V = 50 \text{ km/h}$ (c) $V = 56.59 \text{ km/h}$

Fig. 6.3 Impulse responses (Nominal controller)

第7章

結言

本論文では、旋回運動時の自動車の操舵系を対象として、4WS システムの特性解析を行なうとともに、路面状態の変化や経年変化によるタイヤ特性の不確かさに対してロバストな4WS システムの設計に関する研究を行なった。

まず、第2章では、伝達関数表現を用いて旋回運動時の自動車の操舵系の動特性を明らかにし、前後輪協調制御方式による4WS システムを実現するための後輪操舵関数を導出した。ここでは、車体の姿勢変化を減らすために重心点横すべり角を零にするという観点から、後輪操舵関数を導出した。これにより後輪に前輪と同時に転舵角を与えることができ、重心点横すべり角を零にするとともに、従来の前輪操舵車に生じる動作遅れをも解消できる。また、同時に従来の前輪操舵車のときには存在していた不安定零点を消去し、安定性を向上させることができる。

次に、第3章では、4WS やCCV の概念に基づいて、従来の機械システムの設計および制御における問題点を明らかにし、“制御を前提とした設計手法”を提案した。この手法は、機械設計に対して制御側からみた評価を行なうことに重点を置き、その評価結果と力学的制約条件等に基づいて機械要素のパラメータの値を決定し、制御装置、システムの構造などの比較決定を行なうものである。このために必要な、機械システムに対する評価規範として入力偏差による評価方法を考案した。さらに、この手法を用いて自動車の操舵システムの評価と設計を行なった。しかし、前輪操舵車の場合には、定義した理想出力が得られなかったため、後輪舵角比例制御方式を用いた4WS 車として設計を行ない、その機械要素パラメータの数値を導出した。なお、ここでは設計した4WS システムのロバスト性を考慮していない。この点に関しては第4章お

よび第6章で検討した。

第4章では、コーナリングパワーの不確かさに対するロバスト4WSシステムの設計法を提案した。旋回運動時にタイヤに発生する旋回のための横向きの力をコーナリングフォースといい、これはタイヤの横滑り角により生じる。この横滑り角の増加に対してコーナリングフォースの増加の割合をコーナリングパワーと呼ぶが、これは操舵系においてもっとも重要なタイヤ特性であり路面状況によっても、タイヤの接地荷重や内圧、経年変化によっても大きく変動するとともに非線形性をもつ。

また、自動車の操舵システムの場合、ドライバーによる操作が必要不可欠であるが、特に危険回避の場合など、ドライバーの操舵入力が必要十分なものではないこと、および危機的状態に陥った場合ドライバーが一種のパニック状態となりどのような操作入力を与えるかを予測することは難しいことが問題となる。

そこで、ドライバーからの入力を基準外部入力にとらえ、 H^∞ ノルム制約により、この基準外部入力の抑制を行なうと同時に、コーナリングパワーに対して、2次安定化を実現する外乱抑制2次安定化制御則を導出した。なお、ここで導出した制御則は重心点横すべり角とヨー角速度を状態とした状態フィードバック則であるため、現実には検出の難しい重心点横すべり角を用いる構成となった。現実には、ヨー角速度のみを観測出力とする構成が必要となるが、この点については第6章で検討した。

第5章では、Minimax最適化をもちいたロバスト制御系の設計法を提案した。この設計法は、パラメトリックな変動を持つプラントに対し、指定されたモデルパラメータのノミナル値とその変動範囲に対して最悪の制御成績を与えるモデルパラメータの値の組合せを見出し、この組合せに対して評価関数を最小化するコントローラをMinimax最適化問題に帰着させて設計するものである。この方法で設計されたコントローラは、指定された変動範囲内での閉ループ系のロバスト安定性とロバスト性能を保証する。

この設計法を、一般的な低次プラントに対するL-PD制御系設計に適用し、その有効性を検証した。なお、Minimax最適化の解法アルゴリズムとしては遺伝的アルゴリ

ズム(GA)を応用し、ロバスト安定性の判別にはKharitonovの定理を用いた。

第6章では、第5章で提案したMinimax最適化によるロバスト設計法を4WSシステムの設計に適用した。また、検出が容易なヨー角速度のみをフィードバックして後輪舵角を制御する方式の4WSシステムを提案した。これは、第4章での問題点を解消するものである。コーナリングパワーは、与えられた上下限をもつパラメトリックな変動をもつとし、第2章～第4章までと同様に重心点横すべり角を最小化することを目的として、コーナリングパワーの変動に対してロバストな4WSシステムを設計した。なお、ここでは、保守性の緩和をねらい、ロバスト安定性の判別には写像定理を用いた。

本論文では、CCVとロバスト制御の概念に基づいて、高性能な4WSシステムを設計することを目的として、いくつかの制御手法を提案した。しかし、ここで述べた制御手法は、対象を4WSシステムに限定したものではなく、広く一般の機械システムにも適用できるよう拡張可能なものである。そこで今後は、これらの手法をより広範な対象に適用できるべく一般化していくことが課題である。

謝 辞

本研究を行なう機会を与えていただき、また制御理論全般にわたる懇切なる御指導ならびに終始かわらぬ暖かい御援助をいただきました、京都大学工学部数理工学教室 片山 徹教授に心より感謝申し上げます。

本論文の研究を始める段階から今日まで暖かい励ましと御指導をいただきました立命館大学理工学部情報工学科得丸英勝教授に深く感謝致します。

本論文の研究に対して有益なる御討論、御助言をいただいた、京都大学工学部数理工学教室鷹羽浄嗣助手ならびに平田健太郎氏、徳島大学工学部知能情報工学科池田建司助教授、香川短期大学経営情報科田上隆徳講師に感謝致します。

また、本研究を遂行するに当って種々の御高配と励ましのお言葉をいただきました、徳島大学名誉教授正満敏雄先生、大阪府立大学工学部情報工学科大松 繁教授、大阪教育大学教育学部教養学科馬場則夫教授、徳島大学総合科学部自然システム学科前田 茂助教授、筑波大学電子情報工学系宮本定明教授、徳島大学工学部知能情報工学科板東 亘技官に感謝致します。

さらに、日頃から様々な御助言をいただいた徳島大学工学部電気電子工学科西尾芳文講師ならびに佳子夫人と徳島大学工学部知能情報工学科上田哲史助手ならびにそのご家族に感謝致します。

最後に、常に精神的な支えとなり暖かく見守ってくれた両親と最愛の妻 圭美に心から感謝致します。

参考文献

- [1] 金井喜美雄, 藤代武史: 四輪操舵車の研究動向 -モデル追従制御を中心として-, 計測と制御, **28-3**, 252/260 (1989).
- [2] 金井喜美雄, 藤代武史: フライトコントロール -CCV 技術の基礎と応用-, 槇書店 (1985).
- [3] 金井喜美雄: 航空機における CCV 技術の動向, 自動車技術, **38-3**, 357/365 (1984).
- [4] 井口雅一: 四輪操舵車の前後輪強調制御方式に関する理論的研究, 自動車技術会論文集, **35**, 120/125 (1987).
- [5] 古川 修: 四輪操舵システムによる操安性の改善, 自動車技術, **40-3**, 290/296 (1986).
- [6] 景山克三, 景山一郎: 自動車力学, 理工図書, 115/124 (1984).
- [7] 高野政晴: ロボット機構系の設計, 日本ロボット学会誌, **4-4**, 394/400 (1986).
- [8] 伊東弘一: 機械システムの設計計画における最適化, システム/制御/情報, **33-5**, 245/252 (1989).
- [9] 藤原敏勝: 制御量と操作量の有効な組み合わせを選定する方法, 計測自動制御学会論文集, **24-12**, 1340/1342 (1988).
- [10] 北森俊行: 制御の本質と制御系の構築, システムと制御, **32-6**, 347/350 (1988).
- [11] 吉村充孝, 吉川尚宏, 人見勝人: 作業環境を考慮した産業用ロボットの最適設計, 日本機械学会論文集 (C 編), **54-503**, 1620/1627 (1988).
- [12] 岩月正見, 川又政征, 樋口龍雄: 可制御性と可観測性に着目したロボットアームの性能評価, 計測自動制御学会論文集, **23-2**, 149/154 (1987).

- [13] 見並一明, 小野英一: 自動車における H^∞ 制御, システム制御情報チュートリアル講座'92 テキスト, 61/71 (1992).
- [14] J. Ackerman and W. Sienel: Robust Yaw Damping of Cars with Front and Rear Wheel Steering, *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, **CST-1-1**, 15/20 (1993).
- [15] 小野英一, 林 靖享, 土居俊一, 高浪 薫, 細江繁幸: 車両の操舵-懸架系統合制御 - H^∞ 制御理論による設計 -, 計測自動制御学会論文集, **28-5**, 610/618 (1992).
- [16] 河辺 徹, 片山 徹: H^∞ 制御理論に基づく 4 輪操舵システムの解析と設計, 第 34 回自動制御連合講演会予稿集, 95/96 (1992).
- [17] 河辺 徹, 片山 徹: コーナリングパワー変動に対する 4 輪操舵系の 2 次安定化制御, 日本機械学会論文集 (C 編), **62-596**, 1375/1383 (1996).
- [18] L. Xie and C. E. deSouza: Robust H^∞ Control for Linear Systems with Norm-Bounded Time-Varying Uncertainty, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-37-8**, 1188/1191 (1992).
- [19] L. Xie, M. Fu and C. E. deSouza: H^∞ Control Quadratic Stabilization of Systems with Parameter Uncertainty Via Output Feedback, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-37-8**, 1253/1256 (1992).
- [20] P. P. Khargonekar, I. R. Petersen and K. Zhou: Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems : Quadratic Stabilizability and H^∞ Control Theory, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-35-3**, 356/361 (1990).
- [21] K. Zhou and P. P. Khargonekar: An Algebraic Riccati Equation Approach to H^∞ Optimization, *Syst. & Contr. Letters*, **11-2**, 85/91 (1988).
- [22] I. R. Petersen and C. V. Hollot: A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems, *Automatica*, **22-4**, 397/411 (1986).

- [23] I. R. Petersen: A Stabilization Algorithm for a Class of Uncertain Linear Systems, *Syst. & Contr. Letters*, **8**, 351/357 (1987).
- [24] 藤井隆雄: 2 次安定化とロバスト制御, 計測と制御, **29-2**, 142/150 (1990).
- [25] K. Gu: H_∞ Control of Systems Under Norm Bounded Uncertainties in All System Matrices, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-39-6**, 1320/1322 (1994).
- [26] 大須賀公一, 堀 洋一: 2-慣性系型不確実システムの外乱抑制を考慮した二次安定化制御, 第 31 回 SICE 学術講演会予稿集, 565/567 (1992).
- [27] 前田 肇: H_∞ -制御の基礎, 第 41 回システム制御情報講習会テキスト, 1/23 (1991).
- [28] K. Glover and J. C. Doyle: State-Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an H_∞ -norm Bound and Relations to Risk Sensitivity, *Syst. & Contr. Letters*, **11-2**, 167/172 (1988).
- [29] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar and B. A. Francis: State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems, *IEEE Trans., Automat. Contr.*, **AC-34-8**, 831/847 (1989).
- [30] J. P. Lu: Robust Process Control on Honeywell TDC3000, *Preprint Honeywell Advanced Control Symposium* (1992).
- [31] J. P. Lu: A MIMO Robust Controller on the Honeywell TDC3000, *Proc. 19th Honeywell Industrial Automation and Control, User's Group Symposium* (1992).
- [32] D. Whitley: The GENITOR Algorithm and Selection Pressure: Why Rank-Based Allocation of Reproductive Trials is Best, *Proc. 3rd International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, 116/121 (1989).

- [33] Z. Michalewicz: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer Verlag, 73/135 (1992).
- [34] 森 武宏: パラメータ空間安定論の再考 -Kharitonov の定理とその周辺-, システム/制御/情報 **33-6**, 282/292 (1989).
- [35] B. R. Barmish: Invariance of the Strict Hurwitz Property for Polynomials with Perturbed Coefficients, *IEEE Trans., Automat. Contr.*, **AC-29-10**, 935/936 (1984).
- [36] 河辺 徹, 片山 徹: 非線形計画法による PID コントローラのパラメータ決定について, 第 22 回制御理論シンポジウム予稿集, 381/384 (1993).
- [37] T. Kawabe and T. Katayama: A Minimax Design of Robust I-PD Controller for System with Time-Delay, *Proc. First Asian Control Conference*, III-495/498 (1994).
- [38] 河辺 徹, 片山 徹: 操作入力を考慮したロバスト Minimax I-PD コントローラの設計, 第 3 回制御理論応用シンポジウム予稿集, 11/16 (1995).
- [39] 河辺 徹, 片山 徹: 一般化 ISE を評価規範としたロバスト I-PD コントローラの Minimax 最適化による設計, 計測自動制御学会論文集 **32-8**, 掲載予定 (1996).
- [40] T. Kawabe, T. Tagami and T. Katayama: A GA based On-line Tuning of Robust Minimax I-PD Controller with Penalty on Manipulated Variable, *Proc. 1995 Korean Automatic Control Conference*, 428/431 (1995).
- [41] T. Kawabe and T. Katayama: A Minimax Design of Robust I-PD Controller based on Genetic Algorithm, *Proc. Mathematical Theory of Networks and Systems '96*, (1996).

- [42] K. J. Åström: Adaptive Feedback Control, *Proc. IEEE*, **75-2**, 185/217 (1987).
- [43] 須田信英: PID 制御 (システム制御情報ライブラリー 6), 朝倉書店 (1992).
- [44] 戸荻吉孝, 高松武一郎: プロセスの 2 次遅れ+むだ時間近似と DDC 系における制御パラメータの最適調整, 計測自動制御学会論文集 **16-3**, 405/411 (1980).
- [45] G. C. Newton, Jr., L. A. Gould and J. F. Kaiser: *Analytical Design of Linear Feedback Controls*, Wiley, 366/381 (1957).
- [46] K. J. Åström: *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press, 115/158 (1970).
- [47] 河辺 徹, 得丸英勝: 制御を前提とした設計手法とその車両操舵機構への応用, システム制御情報学会論文誌, **4-7**, 277/285 (1991).
- [48] 河辺 徹, 得丸英勝: 車両操舵システムの動特性解析と四輪操舵機構の設計, 日本機械学会論文集 (C 編), **56-530**, 2596/2600 (1990).
- [49] 河辺 徹, 片山 徹: Minimax 最適化によるロバスト 4 輪操舵システムの設計, 計測自動制御学会論文集 (投稿中).
- [50] 佐伯正美: カリトノフ理論とロバスト制御, 計測と制御, **29-2**, 155/156 (1990).
- [51] 森 武宏: 区間プラントの制御系解析設計における諸性質, システム/制御/情報, **38-2**, 65/71 (1994).

関連発表論文

第2章

- 河辺 徹, 得丸英勝: 車両操舵システムの動特性解析と四輪操舵機構の設計, 日本機械学会論文集 (C 編), 56-530, 2596/2600(1990).

第3章

- 河辺 徹, 得丸英勝: 制御を前提とした設計手法とその車両操舵機構への応用, システム制御情報学会論文誌, 4-7, 277/285 (1991).

第4章

- 河辺 徹, 片山 徹: コーナリングパワー変動に対する4輪操舵系の2次安定化制御, 日本機械学会論文集 (C 編), 62-596, 1375/1383 (1996).

第5章

- T. Kawabe and T. Katayama: Minimax Design of Robust I-PD Controller for System with Time-Delay, *Proc. First Asian Control Conference*, III-495/498 (1994).
- T. Kawabe and T. Katayama: A Minimax Design of Robust I-PD Controller based on Genetic Algorithm, *Proc. Mathematical Theory of Networks and Systems '96* (1996).
- 河辺 徹, 片山 徹: 一般化ISEを評価規範としたロバストI-PDコントローラのMinimax最適化による設計, 計測自動制御学会論文集 32-8, 掲載予定 (1996).

第6章

- 河辺 徹, 片山 徹: Minimax最適化によるロバスト4輪操舵システムの設計, 計測自動制御学会論文集 (投稿中).